

---

И. С. Свешникова, Л. А. Запрягаева,  
И. В. Гузеева, А. С. Филонов

# **ОСНОВЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКИ**

Рекомендовано Учебно-методическим объединением по образованию в области приборостроения и оптотехники в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки бакалавров и магистров "Опtotехника".

Москва 2009

УДК 612.6.05.017.1:614.87:57  
ББК 22.34  
О75

Рецензенты: д. т. н., профессор *В. А. Зверев* (Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики); к. т. н., доцент *Т. И. Якушenkova* (Государственный технический университет. Московский энергетический институт)

**Свешникова И. С., Запрягаева Л. А., Гузеева И. В., Филонов А. С.**

О75 Основы геометрической оптики.—М.: Издательство «Шико», 2009.— 216 с.  
ISBN 5-900758-42-7

Учебное пособие по дисциплине "Основы геометрической оптики" содержит конспект лекций, описание лабораторных работ, задачи с решениями, задачи для домашней работы и расчетно-графическое задание.

Пособие предназначено для студентов геодезического факультета, факультета управления территориями, факультета оптического приборостроения и студентов вечернего факультета. Оно может быть полезно учащимся колледжей и общеобразовательных школ.

Пособие написано в соответствии с программой Государственного образовательного стандарта по направлению подготовки "Оптехника" и рекомендовано к изданию методической комиссией кафедры прикладной оптики МИИГАиК.

**ББК 22.34**

ISBN 5-900758-42-7

© Коллектив авторов, 2009

# СОДЕРЖАНИЕ

<b>Введение</b>	6
Волновой процесс и его характеристики	7
Показатель преломления среды	9
Оптическая длина пути. Принцип Ферма	11
Оптические материалы	13
<b>1. Основные законы и понятия геометрической оптики</b>	17
1.1. Основные законы	17
1.2. Предмет и изображение. Оптические детали. Оптическая система	19
1.3. Пространство предметов и пространство изображений	22
1.4. Правила обозначений и знаков	23
<b>2. Теория идеальной оптической системы</b>	27
2.1. Основные положения теории идеальной оптической системы	27
2.2. Кардинальные точки и элементы оптической системы	28
2.2.1. Кардинальные точки оптической системы	28
2.2.2. Кардинальные элементы $f, f', s'_F, s_F, s_H, s'_H$	32
2.3. Типовые оптические детали	33
2.3.1. Линзы. Тонкая линза	33
2.3.2. Плоскопараллельные пластины	37
2.3.3. Призмы	38
2.3.4. Оптический клин	44
2.3.5. Зеркала	47
2.4. Построение изображений точки на оси и вне оси с помощью свойств кардинальных точек	49
2.5. Основные формулы для сопряженных точек и отрезков	60
2.6. Увеличения идеальной оптической системы	65
<b>3. Ограничение пучков лучей в оптических системах</b>	68
3.1. Виды диафрагм	68
3.1.1. Апертурная диафрагма	69
3.1.2. Полевая диафрагма	72
3.1.3. Определение световых диаметров элементов оптической системы	74
3.2. Типовые оптические системы. Ограничение пучков лучей	75
3.2.1. Глаз как оптическая система и приемник излучения	75
3.2.2. Телескопические системы	79
3.2.3. Телеобъектив	84
3.2.4. Зрительная труба с внутренней фокусировкой. Зрительная труба прямого изображения	87
3.2.5. Лупа (окуляр)	89
3.2.6. Микроскоп	91
3.2.7. Фотообъектив	95
3.2.8. Коллиматор	100

3.3. Объективы и окуляры визуальных оптических систем . . . . .	101
<b>4. Оптика параксиальных лучей . . . . .</b>	<b>106</b>
4.1. Преломление лучей сферической поверхностью . . . . .	106
4.2. Параксиальные лучи . . . . .	108
4.3. Инварианты для параксиальной области . . . . .	110
4.4. Фокусные расстояния сферической преломляющей поверхности . . . . .	112
4.5. Вспомогательные лучи . . . . .	113
<b>5. Понятие об аберрациях . . . . .</b>	<b>115</b>
5.1. Особенности перехода от идеальной оптической системы к реальной . . . . .	115
5.2. Изображение точки реальной оптической системой . . . . .	115
5.3. Классификация аберраций . . . . .	118
5.4. Хроматические аберрации . . . . .	118
5.5. Монохроматические аберрации . . . . .	121
5.5.1. Сферическая аберрация . . . . .	121
5.5.2. Меридиональная Кома . . . . .	123
5.5.3. Астигматизм и кривизна поля изображения . . . . .	125
5.5.4. Дисторсия . . . . .	128
<b>6. Лабораторные работы . . . . .</b>	<b>131</b>
6.1. Погрешности измерений и их свойства . . . . .	131
6.1.1. Свойства случайных погрешностей измерений . . . . .	132
6.1.2. Абсолютные и относительные погрешности . . . . .	132
6.1.3. Обработка результатов измерений, обусловленных случайными погрешностями . . . . .	133
6.1.4. Прямые и косвенные измерения . . . . .	134
6.2. Лабораторная работа № 1. "Линейные измерения с помощью отсчетного микроскопа" . . . . .	135
Лабораторная работа № 1, а "Измерение длины шкалы на горизонтальном компараторе ИЗА-2" . . . . .	135
Лабораторная работа № 1, б "Измерение радиусов кривизны сферических поверхностей на кольцевом сферометре ИЗС-7" . . . . .	140
Лабораторная работа № 1, в "Измерение толщины линзы на вертикальном длиномере ИЗВ-1" . . . . .	144
6.3. Лабораторная работа № 2. "Определение углового поля зрительной трубы и линейного поля лупы. Определение увеличений лупы и зрительной трубы" . . . . .	145
6.4. Лабораторная работа № 3. "Определение фокусного расстояния и кардинальных элементов фотографического объектива на оптической скамье ОСК-2" . . . . .	150
6.5. Лабораторная работа № 4. "Определение разрешающей способности объектива по мише на оптической скамье ОСК-2" . . . . .	156
6.6. Контрольные вопросы к лабораторным работам . . . . .	161
6.6.1. Вопросы для защиты лабораторной работы № 1 . . . . .	161
6.6.2. Вопросы для защиты лабораторной работы № 2 . . . . .	162
6.6.3. Вопросы для защиты лабораторной работы № 3 . . . . .	163



6.6.4. Вопросы для защиты лабораторной работы № 4 . . . .	163
<b>7. Типовые задачи по геометрической оптике . . . . .</b>	<b>165</b>
7.1. Построение хода луча, преломляющегося на отдельной по- верхности. . . . .	165
7.1.1. Правила построения луча при преломлении его на плоской поверхности . . . . .	165
7.1.2. Построение хода луча через сферическую прелом- ляющую поверхность . . . . .	166
7.2. Построение хода луча, отраженного от плоского и сфери- ческого зеркал. Нарушение гомоцентричности пучков лу- чей преломляющими и отражающими поверхностями . . .	167
7.3. Задачи с решениями на применение основных законов геометрической оптики . . . . .	170
7.4. Задачи с решениями на построение изображений . . . . .	176
7.5. Задачи с решениями на ограничение пучков лучей . . . . .	196
7.6. Задание для расчетно-графической работы . . . . .	205
7.7. Задачи для самостоятельного решения . . . . .	208
7.8. Задачи для домашнего задания . . . . .	209
<b>8. Вопросы к зачету . . . . .</b>	<b>212</b>
Литература . . . . .	215

## ВВЕДЕНИЕ

**Оптика** (от греческого *optike* — наука о зрительном восприятии) — раздел физики, в котором исследуются процессы излучения света, его распространение в различных средах и взаимодействие света с веществом.

**Под светом**, в широком смысле этого слова, или **оптическим излучением**, понимают электромагнитное колебание с длинами волн  $\lambda$  от 1 нм до 1 мм ( $10^6$  нм). Электромагнитное колебание с длинами волн менее 1 нм называют **рентгеновским**, свыше 1 мм — **радиоизлучением**. Оптическое излучение принято подразделять на **ультрафиолетовое (УФ)** с  $\lambda < 380$  нм, **видимое** —  $380 \text{ нм} < \lambda < 780 \text{ нм}$  и **инфракрасное (ИК)** с  $\lambda > 780 \text{ нм}$ . Электромагнитные волны видимого диапазона, вызывающие зрительное ощущение, принято называть **светом**, в узком смысле этого слова, так как в понятие "свет", "световое излучение", включаются также и невидимые для глаза излучения (УФ и ИК).

Оптику разделяют на **физическую, геометрическую, физиологическую**.

**Физиологическая оптика** изучает процесс зрения.

**Физическая оптика** изучает природу и свойства света, характер распространения света в средах, взаимодействие его с веществом. Физическая оптика рассматривает оптическое излучение как процесс распространения коротких электромагнитных волн и с точки зрения волновой природы света может объяснить такие явления, как: дифракция — отклонение лучей от прямолинейного распространения света; интерференция — взаимодействие световых лучей; поляризация, дисперсия и т. д.

Однако для объяснения действия оптических и оптико-электронных приборов при их разработке удобно пользоваться **геометрической (лучевой) оптикой**, рассматривающей образование изображения с помощью световых лучей, которые в однородных и изотропных средах (см. определение на стр.8) распространяются независимо друг от друга, являются прямолинейными и преломляются (отражаются) на границах раздела сред с разными оптическими свойствами. Природу светового излучения в геометрической оптике во внимание не принимают. **Геометрическую оптику можно рассматривать как предельный случай физической оптики, когда длина волны света стремится к нулю, т. е.  $\lambda \rightarrow 0$ .**

Оптическое излучение, исследуемое в оптике, представляет собой единство двух процессов: волнового и квантового.

**Волновая характеристика** света — длина волны  $\lambda$  и его **квантовая характеристика** — масса фотона (кванта)  $m$  связаны соотношением

$$\lambda = h / m \cdot c, (\lambda = v \cdot T = v / \nu),$$

где  $h = 6.626\,176 \cdot 10^{-34}$  Дж  $\cdot$  с — универсальная постоянная (постоянная Планка);  $c = 3 \cdot 10^8$  м / с — скорость света в вакууме (пустоте);  $\lambda$  — длина волны (расстояние, пройденное колебанием со скоростью  $v$  за время, равное периоду  $T$ );  $\nu = 1/T$  — частота колебаний.

Движению любого фотона соответствует волновой процесс с частотой  $\nu$ . Скорость движения фотонов в вакууме равна скорости распространения электромагнитных волн и составляет  $299\,792,5$  км/с  $\approx 3 \cdot 10^8$  м/с.

Современная теория света подтверждает его двойственную природу.

### Волновой процесс и его характеристики

Волновым процессом называется процесс распространения колебаний (рис. 1), уравнение которого имеет вид:

$$y = A \sin(2\pi\nu t \pm \varphi_0),$$

где  $A$  — амплитуда колебаний;  $\varphi = 2\pi\nu t \pm \varphi_0$  — фаза колебаний — угол, определяющий положение колеблющейся точки  $M'$  (рис. 1, а)

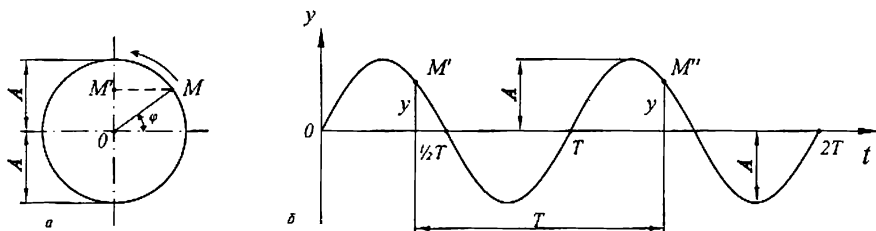


Рис. 1. Гармоническое колебание: а) колебательное движение точки  $M$  (относительно т.  $O$ ; б) синусоидальное распространение световой волны.

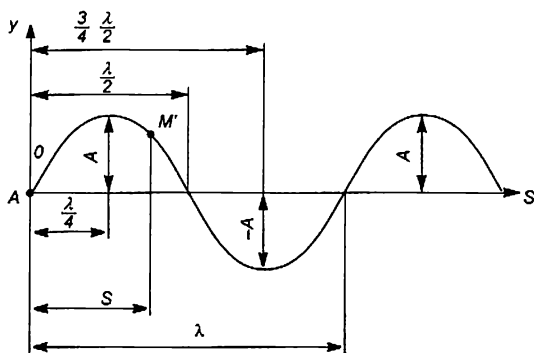


Рис. 2. Передача волнового движения от источника излучения (т.А).

в данный момент времени  $t$ ;  $\varphi_0$  — начальная фаза колебаний;  $\nu = 1/T$  — частота (число колебаний в секунду);  $T$  — период колебаний — время полного колебания (рис.1, б).

Так как волновой процесс передается во времени от точки к точке пространства, то, используя уравнение волны вида

$$y = A \sin 2\pi(t/T - s/\lambda),$$

можно определить положение любой точки в гармоническом колебательном движении, зная длину волны  $\lambda$  излучения и расстояние  $s$  до этой точки от источника излучения (т. А) (рис.2).

**Волновой фронт (волновая поверхность  $\Sigma$ )** — это геометрическое место точек с одинаковой фазой колебаний. Нормали к волновому фронту (световые лучи) определяют направление распространения оптического излучения, которое распространяется от источника во все стороны. Направление и скорость  $v$  распространения зависят от типа среды и ее свойств: оптической однородности (постоянства показателя преломления), плотности, прозрачности и т. д.

**Изотропными** называются среды, имеющие одинаковые свойства во всех направлениях. Скорость распространения оптического излучения в таких средах не зависит от направления распространения, и световые лучи в них прямолинейны. В прозрачных, но оптически неоднородных средах лучи могут быть криволинейными. Оптические де-

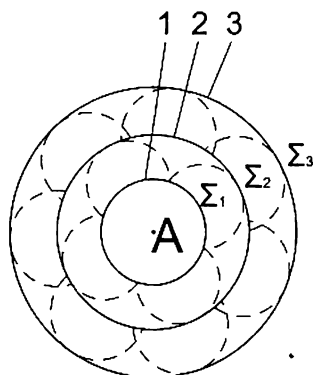


Рис. 3. Объяснение принципа Гюйгенса: 1, 2, 3 — сферический фронт  $\Sigma$  волны в моменты времени  $t_1, t_2, t_3...$

тали (линзы, призмы, клинья, плоскопараллельные пластины и т. п.) изготавливают из оптического стекла с высокой однородностью, которая обеспечивает его изотропность, поэтому лучи света в оптическом стекле идут прямолинейно.

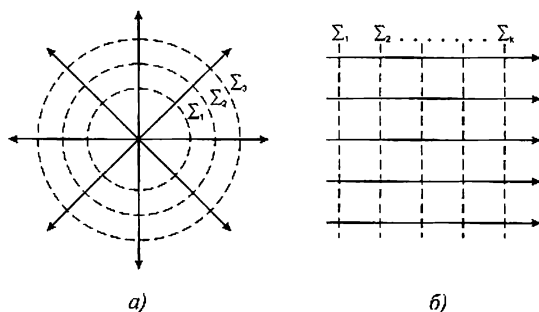


Рис. 4. Определение направления светового излучения: а)  $s_1 \neq -\infty$ ; б)  $s_1 = -\infty$ .

Чтобы в любой момент времени  $t$  найти положение волнового фронта относительно источника излучения (т.А), используют **принцип Гюйгенса** (рис.3), который формулируется так: каждую точку волнового фронта  $\Sigma$  светового колебания можно рассматривать как самостоятельный центр возникновения новых элементарных волн.

Геометрическая поверхность, огибающая эти элементарные вторичные волны, определяет фронт волны  $\Sigma$  в новый момент времени. Для изотропных сред волновой фронт  $\Sigma$  будет сферическим, если источник расположен на конечном расстоянии  $s$  от оптической системы или наблюдателя (рис.4,а).

Если источник излучения (звезда, Солнце) расположен в бесконечности ( $s_1 = -\infty$ ), то фронт волны — плоский (сферический с бесконечно большим радиусом кривизны).

Нормали к фронту волны определяют направление светового излучения и представляют собой геометрические лучи (рис. 4, а, б).

## Показатель преломления среды

Оптические свойства среды характеризуются отношением скорости света  $c$  в вакууме к скорости света  $v$  в данной среде. Отношение  $n = c/v$  называют **абсолютным показателем преломления среды (показателем преломления)**. При нормальном атмосферном давлении 760 мм рт.ст. и температуре  $20^\circ\text{C}$  показатель преломления воздуха  $n = 1,000\,274$ , и он мало отличается от показателя преломления вакуума  $n = 1,0$ . Поэтому для всех длин волн принимают  $n_{\text{воздуха}} = 1$ . Показатель преломления  $n$  характеризует оптическую плотность прозрачных веществ. Чем **больше**  $n$ , тем оп-

Таблица 1. Значения показателей преломления твердых и жидких прозрачных сред

Среда	Значение $n$
Вода	1,33
Глицерин	1,47
Стекло оптическое	1,46...2,18
Алмаз	2,41

тически *более плотной* является среда, тем *меньше скорость* распространения света в ней.

В табл.1 приведены значения показателей преломления твердых и жидких прозрачных сред для основной длины волны ( $\lambda_0 = 546$  нм) видимого диапазона.

Скорость  $v$  распространения света в среде с показателем преломления  $n$  связана с длиной волны  $\lambda$  соотношением  $v = \lambda \cdot \nu$ , тогда  $n = c/v = c/(\lambda \cdot \nu)$ , т. е. *показатель преломления обратно пропорционален длине волны  $\lambda$  света*, и так как  $n = f(\lambda)$ , то лучи различных длин волн имеют разную преломляющую способность.

Зависимость показателя преломления  $n$  от длины волны  $\lambda$  называют *дисперсией света*. *Дисперсия* считается *нормальной*, если *показатель преломления среды уменьшается с увеличением длины волны*.

Действие многих оптических приборов можно рассматривать, исходя из представления о световых лучах как о нормалях к волновым поверхностям. В оптических приборах электромагнитное излучение можно представить упрощенно (рис.5). Пусть волновой фронт  $\Sigma$ , исходящий из точки  $A$ , имеет сферическую форму с центром в точке  $A$  и радиусом  $r^*$ .

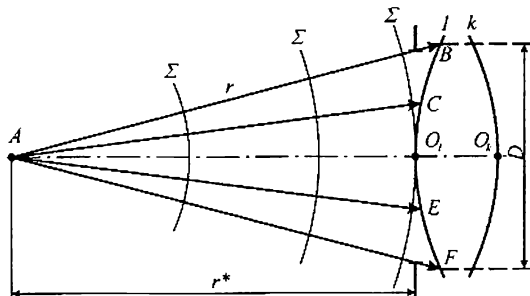


Рис. 5. Представление оптического излучения геометрическими лучами.

### **Физическая теория не будет нарушена, если:**

а) диаметр  $D$  волнового фронта значительно превышает длину волны  $\lambda$ , т. е.  $D \gg \lambda$ . Это условие всегда выполняется, так как

диаметр волнового фронта, определяемый диаметром  $D$  отверстия оптической системы и измеряемый в мм, превышает максимальную длину волны минимум в 100 раз;

б) радиус кривизны  $r^*$  волновой поверхности, измеряемый в мм, много больше длины волны, т. е.  $r^* \gg \lambda$ . Это условие также выполняется, так как радиус кривизны волновой поверхности определяется положением излучателя (т.А) относительно оптической системы.

При выполнении условий а) и б) излучение можно представить пучком нормалей (лучи  $AB$ ,  $AC$ ,  $AE$  и т. д.) к волновой поверхности.

**Геометрические лучи** — лучи  $AB$ ,  $AC$ ,  $AO$ ,  $AE$ ,  $AF$  — это нормали (радиусы сферы) к волновой поверхности  $\Sigma$ .

Раздел оптики, базирующийся на представлении оптического излучения в виде геометрических лучей, называется **геометрической оптикой**.

**Задача геометрической оптики** — простыми математическими средствами объяснить образование изображения в оптических приборах и разработать методы их расчета.

## Оптическая длина пути. Принцип Ферма

**В основу геометрической оптики положен принцип Ферма**, который формулируется следующим образом: распространение света от одной точки к другой происходит по пути, на прохождение которого тратится меньше времени, чем на любые другие пути между теми же точками. Этот принцип называют еще принципом наименьшего времени.

Если среда оптически неоднородна (ее показатель преломления различен в разных точках), то на прохождение элементарного участка пути  $ds$  (рис.6, а) требуется время  $dt = ds/v$ , где  $v$  — скорость света на отрезке пути  $ds$ . Так как  $v = c/n$ , то  $dt = n \cdot ds / c$ , и

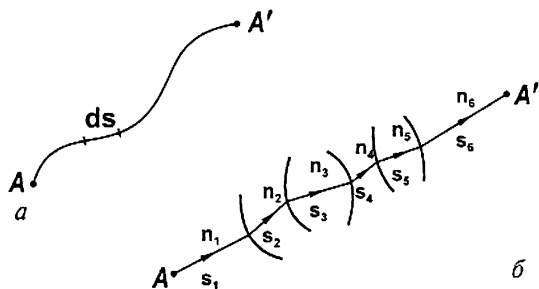


Рис. 6. Оптическая длина пути: а) в неоднородной среде; б) в однородных средах.

время  $t$  прохождения светом пути от точки  $A$  до точки  $A'$  вычисляется по формуле:

$$t = \frac{1}{c} \int_A^{A'} n ds.$$

Произведение элементарного отрезка пути  $ds$  на показатель преломления  $n$  среды называется *оптической длиной пути*  $L$

$$L = \int_A^{A'} n ds,$$

а время  $t$  прохождения светом этого пути —  $t = L/c$ .

Если свет проходит путь от точки  $A$  до точки  $A'$  (рис.6, б) через несколько однородных сред с показателями преломления  $n_1, n_2, \dots, n_k$ , то

$$L = \sum_{v=1}^{v=k} n_v s_v,$$

где  $s$  — геометрический путь луча;  $n$  — показатель преломления среды;  $v$  — текущий номер сред. Тогда время прохождения светом такой оптической длины пути составит:

$$t = \frac{1}{c} \sum_{v=1}^{v=k} n_v s_v = \frac{L}{c}$$

Современное математическое выражение принципа Ферма можно представить в виде:

$$\delta t = \frac{1}{c} \delta \int_A^{A'} n ds = 0,$$

$$\delta L = \delta \int_A^{A'} n ds = 0,$$

т. е. вариация интеграла, которым определяется время распространения света, и вариация интеграла, определяющего оптический путь, должны обращаться в нуль. Это значит, что время, необходимое для прохождения светом действительного пути, отличается от времени, которое бы требовалось свету для прохождения любого другого соседнего пути, отличается на величины второго порядка малости и что для действительного пути вариация оптической длины пути  $\delta L$  равна нулю.

Равенство  $\delta t = 0$  является условием экстремума (максимума, минимума) или постоянства (стационарности). Отсюда следует,



что *оптическая длина  $L$  пути луча между двумя точками может быть не только минимальной, но и максимальной, а также постоянной, т. е. одинаковой для всех возможных путей распространения света.*

Постоянство оптического пути означает, что если есть две фиксированные волновые поверхности, то оптическая длина пути всех лучей, идущих между этими поверхностями, является постоянной независимо от направления распространения, т. е.

$$\sum_A^{A'} ns = \text{const.}$$

Постоянство оптического пути при переходе лучей от точки  $A$  к точке  $A'$  может быть описано соотношением (рис.7):

$$n_1 s_1 + n_2 s'_1 = n_1 s_0 + n_2 s'_0 = n_1 s_2 + n_2 s'_2 = \text{const.}$$

*Оптическая длина пути постоянна при прохождении лучей через идеальную оптическую систему* (см. раздел: "Теория идеальной оптической системы").

Из принципа Ферма вытекают все основные законы геометрической оптики: закон прямолинейного распространения лучей, законы преломления и отражения, принцип обратимости.

## Оптические материалы

Основным оптическим материалом для изготовления оптических деталей является *стекло оптическое бесцветное* (ГОСТ 13659—78). Оно отличается от технического стекла высокими показателями качества, которые нормируются в соответствии с ГОСТ 3514—94.

*Основными характеристиками (оптическими постоянными) оптического бесцветного стекла* являются:

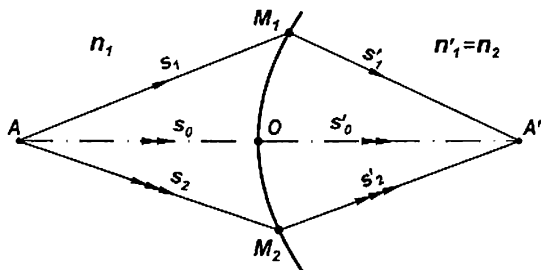


Рис. 7. Постоянство оптической длины пути от т.  $A$  до т.  $A'$ .

а) **основной показатель преломления**  $n_e$  для длины волны  $\lambda_0 = 546$  нм, соответствующей зеленой линии (e) в спектре ртути (Hg) и расположенной вблизи области максимальной чувствительности человеческого глаза;

б) **средняя дисперсия** ( $n_F - n_C$ ) — разность показателей преломления для длин волн  $\lambda_1 = 480$  нм и  $\lambda_2 = 644$  нм, соответствующих синей (F) и красной (C) линиям в спектре кадмия (Cd);

в) **коэффициент дисперсии** —  $v_e = (n_e - 1) / (n_F - n_C)$ .

Исторически сложилось условное деление оптических стекол **на кроны (К) и флинт (Ф)**. Обычно у флинтов показатель преломления  $n_e$  больше, а коэффициент дисперсии  $v_e$  меньше, чем у кронов.

Численные значения показателя преломления  $n_e$  стекол, выпускаемых сейчас оптической промышленностью, колеблются в диапазоне от 1,43 (стекло ФФС1) до 2,17 (стекло СТФ3). Обычные бесцветные оптические стекла прозрачны в спектральном диапазоне от  $\lambda = 0,365$  мкм до  $\lambda = 2,6$  мкм.

Для производства оптического стекла используются около 80 химических элементов. К основным компонентам относятся следующие материалы: оксид кремния  $\text{SiO}_2$ , являющийся базовым стеклообразующим материалом, количество которого составляет 20...80%; борный ангидрид  $\text{B}_2\text{O}_3$ , а также оксиды алюминия  $\text{Al}_2\text{O}_3$ , свинца  $\text{PbO}$ , цинка  $\text{ZnO}$ , кальция  $\text{CaO}$ , натрия  $\text{Na}_2\text{O}$ , мышьяка  $\text{As}_2\text{O}_3$ , сурьмы  $\text{Sb}_2\text{O}_3$ , бария  $\text{BaO}$ , магния  $\text{MgO}$ , калия  $\text{K}_2\text{O}$  и др.

Оптические стекла изготовляют двух серий: обычные — с нумерацией марок 1—99; серии 100 — малотемнеющие под воздействием ионизирующих излучений, с нумерацией марок 100—199.

**Показатель преломления**  $n_\lambda$  для любой длины волны в диапазоне 365... 1013,9 нм может быть вычислен по дисперсионной формуле:

$$n_\lambda^2 = A_1 + A_2 \lambda^2 + A_3 \lambda^{-2} + A_4 \lambda^{-4} + A_5 \lambda^{-6} + A_6 \lambda^{-8},$$
 где значения постоянных  $A_1... A_6$  приведены в каталоге для каждой марки стекла; длина волны  $\lambda$  берется в микрометрах.

Показатели преломления и дисперсии стекла зависят от температуры окружающей среды. При повышении температуры они обычно увеличиваются. Это приводит к тому, что при изменении температуры окружающей среды в оптических системах смещается плоскость изображения и изменяются линейные размеры изображения. Чтобы учесть температурные изменения показателей

преломления, введены характеристики стекол по термооптическим постоянным.

Термооптические постоянные даются для линий спектра  $F'$ ,  $F$ ,  $e$ ,  $D$ ,  $C'$  и  $C$  как средние в диапазоне температур — 60... +20 °С и 20... 120 °С.

*Оптическое стекло делят на категории и классы* по следующим показателям качества: допустимым отклонениям  $\Delta n_e$  показателя преломления  $n_e$  и отклонениям  $\Delta(n_{F'} - n_{C'})$  средней дисперсии от значений, установленных для всех марок ГОСТ 3514-94; однородности партии заготовок по показателю преломления и основной средней дисперсии (понимают равенство этих значений у всех заготовок партии); оптической однородности; двойному лучепреломлению (при охлаждении стекла ниже температур отжига появляются механические напряжения, которые вызывают двойное лучепреломление); бессвильности (свиль — стеклообразные прозрачные включения, отличающиеся по показателю преломления от окружающего стекла); пузырности (пузырь — газовое или иное включение в стекле, образующееся при сложном физико-химическом процессе, происходящем в расплавленной стекломассе на различных стадиях технологического процесса в затвердевающем стекле); пропусканию.

*Механические свойства оптического стекла* характеризуются прочностью, твердостью, хрупкостью и упругостью. К тепловым свойствам стекла относятся удельная теплоемкость, теплопроводность, тепловое расширение, которое характеризуется температурным коэффициентом линейного расширения, термостойкость, температура спекания. Химические свойства стекла: устойчивость к действию влажной атмосферы и устойчивость к действию химических реагентов. Данные по всем указанным свойствам приведены в государственных стандартах.

В зависимости от химического состава и физических свойств *стекло оптическое бесцветное классифицируют по типам*: крон (К), легкий крон (ЛК), фосфатный крон (ФК), тяжелый фосфатный крон (ТФК), баритовый крон (БК), тяжелый крон (ТК), сверхтяжелый крон (СТК), особый крон (ОК), кронфлинт (КФ), флинт (Ф), легкий флинт (ЛФ), баритовый флинт (БФ), тяжелый баритовый флинт (ТБФ), тяжелый флинт (ТФ), сверхтяжелый флинт (СТФ), особый флинт (ОФ). Каждый тип стекла содержит *несколько марок*, например, К8, К14, К19 или ЛФ5, ЛФ9, ЛФ11 и т. п..

Оптическое бесцветное стекло пропускает излучение в диапазоне длин волн от 365 нм до 2600 нм.

Для работы в УФ и ИК областях спектра наиболее часто используются следующие оптические материалы: **оптическое кварцевое стекло**, **инфракрасные бескислородные стекла** (ИКС), **оптические кристаллы** (флюорит, германий, кремний, лейкосапфир и другие), **оптическая керамика** (поликристаллические материалы, получаемые по специальной технологии) и др.

Для изготовления светофильтров применяется **стекло оптическое цветное**, основной оптической характеристикой которого является спектральная кривая пропускания (ГОСТ 9411-91).

В зависимости от спектральных свойств оптическое цветное стекло разделяют на следующие типы: ультрафиолетовое (УФС), фиолетовое (ФС), синее (СС), сине-зеленое (СЗС), зеленое (ЗС), желто-зеленое (ЖЗС), желтое (ЖС), оранжевое (ОС), красное (КС), инфракрасное (ИКС), пурпурное (ПС), нейтральное (НС), темное (ТС), бесцветное (БС).

Для наблюдательных приборов рекомендуется применять светофильтры марок ОС17, НС6, НС10. В контрольно-измерительных приборах используются цветные стекла марок ЖЗС9, ЗС2.

Некоторые оптические материалы обладают ценными физико-химическими свойствами:

а) **светорассеивающие стекла** (молочные стекла — МС) диффузно рассеивают проходящий или отраженный свет;

б) **генерирующие люминесцирующие стекла** (ГЛС) имеют узкие полосы люминесценции;

в) **фотохромные стекла** (ФХС) обратимо меняют свою прозрачность в зависимости от величины и длительности облучения;

г) **оптические ситаллы** (стекла с небольшими областями кристаллизации) имеют высокую термостойкость, механическую прочность и твердость, коэффициент линейного расширения, близкий к нулю;

д) **стекло оптическое кварцевое** обладает высокой термостойкостью, малым коэффициентом температурного линейного расширения, химической и радиационной устойчивостью;

е) **оптическая керамика** (поликристаллы оптические — ПО и КО) имеет высокую термостойкость и механическую прочность.

# 1. ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ И ПОНЯТИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКИ

## 1.1. Основные законы

**Закон прямолинейного распространения света:** в однородной и изотропной среде оптическое излучение распространяется по прямой линии, представляющей собой геометрический луч.

**Закон независимого распространения света:** отдельные лучи не влияют друг на друга и распространяются в среде так, как будто других лучей не существует.

**Закон преломления** (рис. 1.1): луч  $BO$ , падающий на границу  $PP$  раздела двух сред с показателями преломления  $n$  и  $n'$ , преломленный луч  $OB'$  и нормаль  $NN$  к поверхности раздела  $PP$  в точке падения (т.  $O$ ) лежат в одной плоскости. Угол падения  $\epsilon$  связан с углом преломления  $\epsilon'$  зависимостью:  $n \cdot \sin \epsilon = n' \cdot \sin \epsilon'$ .

**Угол падения  $\epsilon$**  (преломления, отражения) — угол между нормалью  $NN$  и падающим (преломленным, отраженным) лучом (на рис. 1.1 углы  $\epsilon$  и  $\epsilon'$  показаны с учетом правила знаков).

**Закон отражения:** (рис. 1.2) падающий луч  $BO$ , нормаль  $NN$  к отражающей поверхности  $PP$  в точке падения (т.  $O$ ), отраженный луч  $OB'$  лежат в одной плоскости. Угол падения  $\epsilon$  равен углу  $\epsilon'$  отражения по абсолютной величине и противоположен по знаку. При

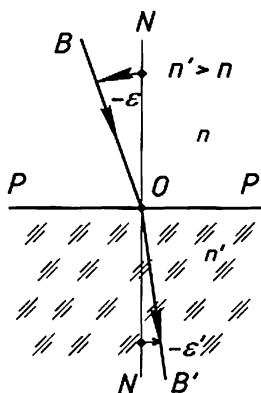


Рис. 1.1. Закон преломления света  
 $n \sin \epsilon = n' \sin \epsilon'$ .

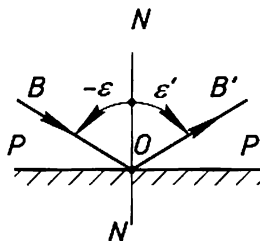


Рис. 1.2. Закон отражения света  
 $\epsilon' = -\epsilon, n = n$ .

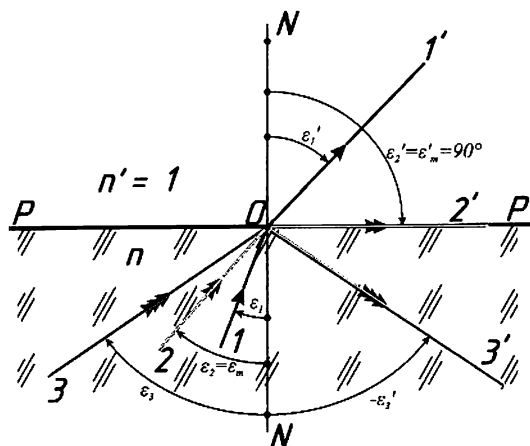


Рис. 1.3. Явление полного внутреннего отражения.

отражении падающий луч возвращается в ту же среду. В этом случае  $n' = -n$ , так как при изменении направления скорость распространения излучения меняет знак:  $n = c/v$ ;  $n' = c/(-v)$ ;  $n' = -n$ , тогда  $\varepsilon' = -\varepsilon$ .

Явление **полного внутреннего отражения** возникает при переходе луча из более плотной в менее плотную среду, например из стекла в воздух.

Если  $n > n'$

(рис. 1.3), то для луча 1 по закону преломления  $\varepsilon_1 < \varepsilon'_1$ . С увеличением угла падения угол преломления увеличивается и при угле падения  $\varepsilon_2$  угол преломления  $\varepsilon'_2$  станет равным  $90^\circ$ . Преломленный луч 2' будет скользить по поверхности PP. Угол падения  $\varepsilon_2$ , при котором угол преломления  $\varepsilon'_2 = 90^\circ$ , называют **предельным углом полного внутреннего отражения** и обозначают  $\varepsilon_m$ . При падении луча 3 под углом  $\varepsilon_3 > \varepsilon_m$  луч 3' отразится от преломляющей поверхности PP и  $\varepsilon_3 = -\varepsilon'_3$ . Для определения значения угла  $\varepsilon_m$  записывают закон преломления, принимая угол  $\varepsilon'_2 = 90^\circ$ :  $n \cdot \sin \varepsilon_2 = n' \cdot \sin 90^\circ$ , тогда  $\sin \varepsilon_m = n'/n$ , и если граница PP разделяет стекло и воздух, то  $\sin \varepsilon_m = 1/n$ , так как для воздуха  $n' = 1$ .

**Закон (принцип) обратимости:** геометрический луч проходит через прозрачные среды в прямом и обратном направлениях по одному и тому же пути.

**Закон сохранения энергии.** При прохождении оптического излучения через прозрачные среды часть энергии отражается на границе раздела двух сред, часть энергии поглощается в среде в результате взаимодействия света с веществом, а оставшаяся часть энергии проходит через среду. Суммарная энергия оптического излучения равна сумме отраженной, поглощенной и прошедшей энергии. Чтобы не нарушать закон сохранения энергии, вводится понятие **физического луча** — пространство вокруг геометрического луча, внутри которого распространяется энергия оптического излу-

чения (световая трубка малых размеров). Геометрический луч является осью физического луча.

## 1.2. Предмет и изображение. Оптические детали. Оптическая система

Совокупность лучей, выходящих из светящейся точки и распространяющихся во все стороны, образует так называемый **неограниченный пучок лучей**.

Если на пути лучей на некотором расстоянии от источника излучения поставить непрозрачную диафрагму (от греч. *diaphragma* — перегородка) с отверстием диаметром  $D$ , то за диафрагмой образуется **ограниченный пучок** лучей в виде конуса (рис. 1.4, а).

Вершиной конуса является источник излучения, а основанием — отверстие диафрагмы. **Гомоцентрическим** называется пучок, лучи которого имеют общую точку пересечения — центр пучка. Если лучи расходятся из центра пучка (из т. А), то он называется **расходящимся** (рис. 1.4, б).

Если лучи пучка идут по направлению к центру пучка (к т. А), то он называется **сходящимся** (рис. 1.4, в).

Если центр пучка находится в бесконечности, то такой пучок называется **параллельным** (рис. 1.4, г).

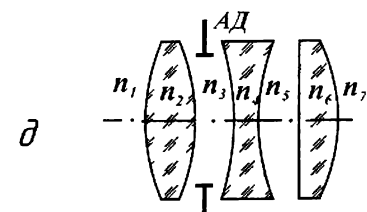
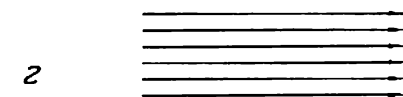
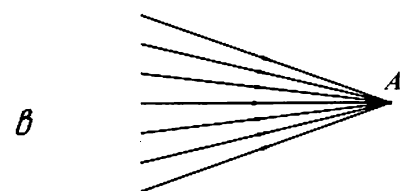
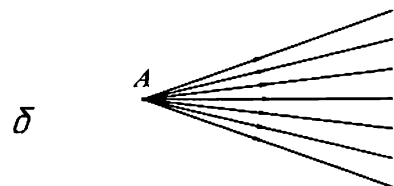
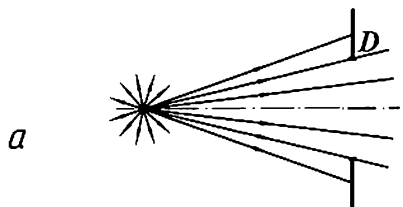


Рис. 1.4. Виды пучков лучей. Оптическая система.

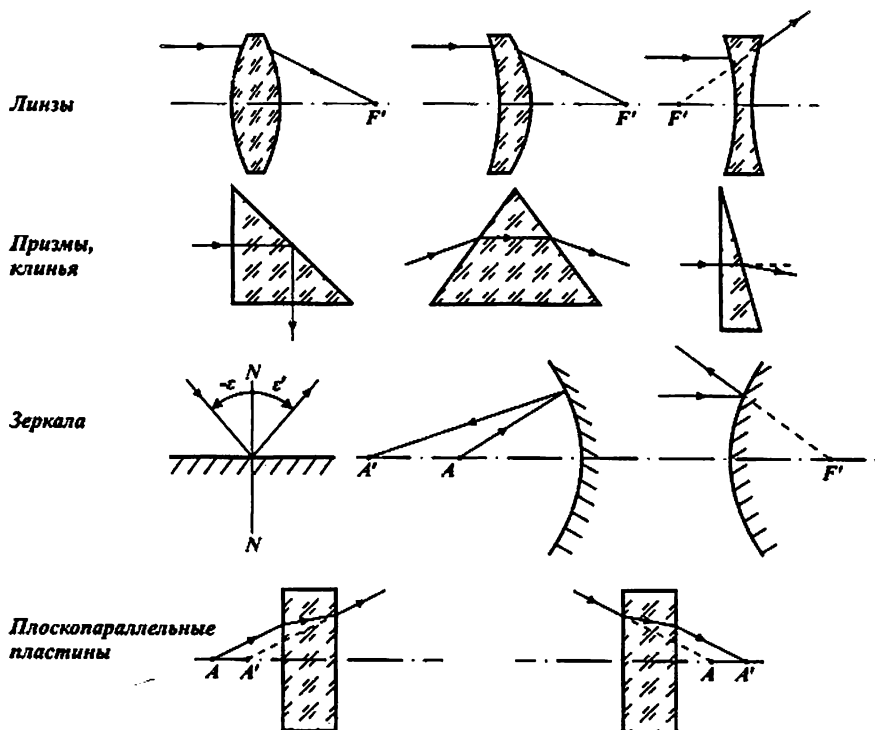


Рис. 1.5. Оптические детали: линзы, призмы, оптический клин, зеркала, плоскопараллельные пластины.

**Оптическая система** (рис.1.4, д) — совокупность оптических деталей (линз, призм, зеркал, пластин, светофильтров и их комбинаций), а также диафрагм, расположенных относительно друг друга в определенном порядке в соответствии с расчетом и техническими условиями.

**Оптические детали** (рис. 1.5) — линзы, призмы, плоскопараллельные пластины, зеркала, клинья и др., входящие в оптическую систему, ограничены преломляющими и (или) отражающими поверхностями, которые могут быть:

а) **сферическими** (от греческого *sphaire* — шар). Сферической называется поверхность, все точки которой одинаково удалены от центра (т.С) сферы на расстояние радиуса  $r$ ;

б) **плоскими**. Плоская — это частный случай сферической поверхности с бесконечно большим радиусом кривизны ( $r = \infty$ );



в) **асферическими (несферическими)**. Самые распространенные формы поверхностей — параболоид, эллипсоид, гиперболоид.

Как правило, оптические детали, входящие в систему, имеют общую ось симметрии.

Такие системы называются центрированными, и могут быть линзовыми, зеркальными и зеркально-линзовыми. **Оптическая ось** — общая ось вращения поверхностей, составляющих центрированную оптическую систему (ось симметрии оптической системы). Она обозначается на рисунках штрихпунктирной линией (рис.1.6).

В общем случае, если поверхности имеют сферическую форму, то оптическая ось проходит через центры кривизны всех сферических поверхностей (т.  $C_1$ , т.  $C_2$ , т.  $C_3...$ ) и является нормалью к любой поверхности. Следовательно, луч, идущий вдоль оптической оси, проходит всю систему, не преломляясь. Углы падения и преломления на всех поверхностях для этого луча равны нулю.

**Оптические системы приборов** можно классифицировать по положению предмета и изображения.

**Первую группу** составляют системы, для которых предмет и сопряженное с ним изображение (см. стр. 23) располагаются в бесконечности (оптические системы зрительных труб геодезических приборов, биноклей, прицелов, стереотруб, астрономических приборов, систем формирования излучения лазеров и др.).

**Ко второй группе** относятся системы, для которых предмет находится на конечном расстоянии, а изображение — в бесконечности (оптические системы микроскопов различного назначения, и лупы и т.п.).

**Третью группу** образуют системы, строящие изображения бесконечно удаленного объекта на конечном расстоянии (фотографические объективы, объективы оптико-электронных приборов и т. д.).

**В четвертую группу** входят оптические системы, для которых предмет и изображение располагаются на конечном расстоянии

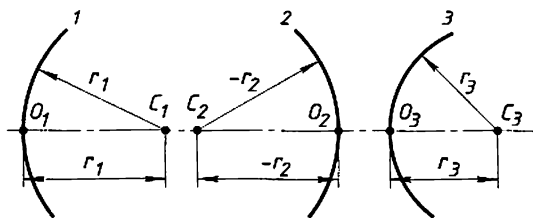


Рис. 1.6. Оптическая ось системы.

(репродукционные объективы, проекционные и осветительные системы).

Каждая группа оптических систем имеет свои специфические особенности, но их общими характеристиками являются: увеличение (масштаб изображения), угловое или линейное поле, относительное отверстие, освещенность изображения в центре и по полю, разрешающая способность и оптическая передаточная функция (ОПФ).

### 1.3. Пространство предметов и пространство изображений

Пусть из точки  $A$ , расположенной на оптической оси перед оптической системой, заданной первой (1) и последней ( $k$ ) поверхностями, выходит гомоцентрический расходящийся пучок лучей (рис.1.7). После прохождения оптической системы (*предполагаем, что система не нарушает гомоцентричности пучка лучей*) этот пучок сходится в одной точке (т.  $A'$ ). **Центры пучков**, т. е. точка  $A$  и точка  $A'$ , в этом случае называются **предметом и изображением** соответственно. Две точки, одна из которых яв-

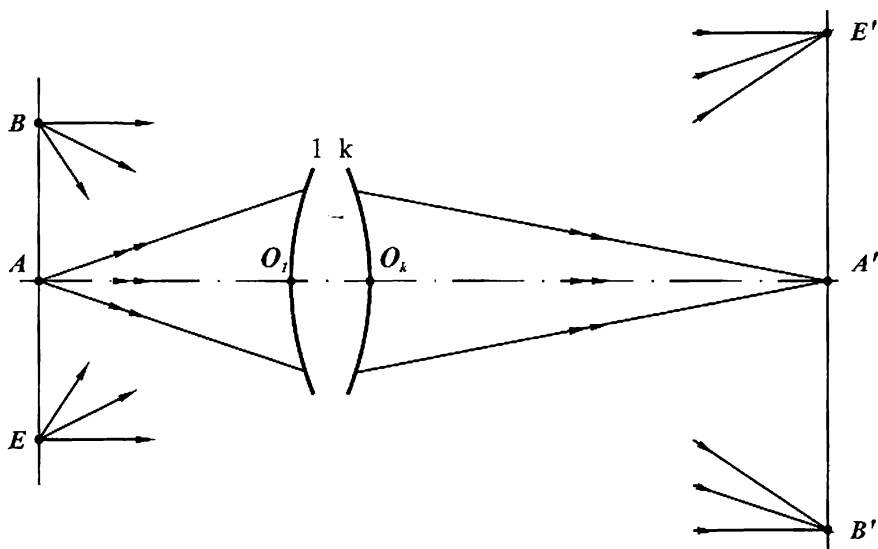


Рис. 1.7. Предметная точка  $A$  и ее изображение (т.  $A'$ ). Сопряженные точки (т.  $A$ , т.  $A'$ , т.  $B$ , т.  $B'$ , т.  $E$ , и т.  $E'$ ).

ляется изображением другой, называются **сопряженными точками**.

Всякий **протяженный предмет** ( $BE$ ) есть совокупность отдельных точек, излучающих энергию ( $t.B...t.A...t.E$ ), поэтому **идеальное изображение** также будет состоять из совокупности точек ( $t.B'...t.A'...t.E$ ), где сходятся гомоцентрические пучки лучей.

**Пространство предметов** — это то пространство, в котором распространяется излучение, **вышедшее из точки предмета, но не прошедшее оптическую систему**.

В **пространство изображений** приходит излучение, **прошедшее оптическую систему**. По принципу обратимости точка изображения в обратном ходе лучей является предметом.

И предмет, и изображение могут быть **мнимыми и действительными**.

Изображение  $A'$  точки  $A$  называется **действительным**, если после выхода из оптической системы **лучи** гомоцентрического пучка **пересекаются в их геометрическом центре** (рис.1.8 а, б, г). Если в геометрическом центре пересекаются **продолжения лучей расходящегося пучка**, вышедшего из системы, то **такое изображение точки называется мнимым** (рис.1.8 в, д).

На рис.1.8 показаны случаи образования мнимого и действительного изображений (предполагается, что оптическая система не нарушает гомоцентричности пучка).

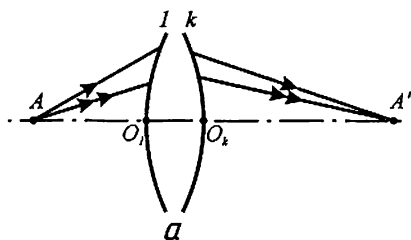
## 1.4. Правила обозначений и знаков

В геометрической оптике исследуются координаты лучей, проходящих через оптическую систему.

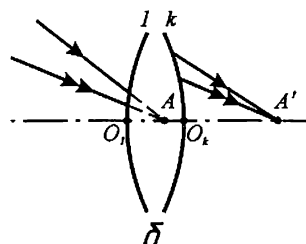
Линейные координаты измеряются по оптической оси или перпендикулярно к оси, а угловые — относительно оптической оси или нормали.

**Координата любого луча определяется точкой пересечения луча с оптической осью.**

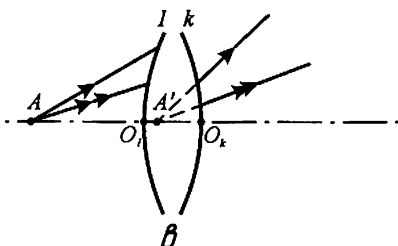
Согласно ГОСТ 7427-76 в геометрической оптике принято обозначать точки предмета прописными буквами латинского алфавита ( $A, B, C, D...$ ); отрезки — строчными буквами латинского алфавита ( $a, b, c, d...s$ ), углы — строчными буквами греческого алфавита ( $\alpha, \beta, \gamma, \delta...$ ). Сопряженные точки и координаты сопряженных точек обозначаются **одинаковыми** буквами, а принадлежность к пространству изображений помечается **штрихом** сверху (например,  $t.A$  и  $t.A'$ ,  $t.B$  и  $t.B'$ , отрезки  $s, s'$ , углы  $\sigma, \sigma'$ ).



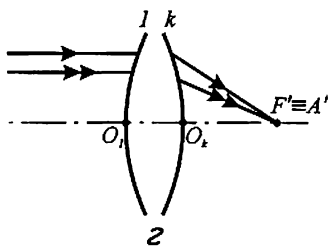
*т.А - действительный предмет; пучок лучей из т.А - расходящийся; т.А' - действительное изображение т.А; пучок лучей из оптической системы - сходящийся.*



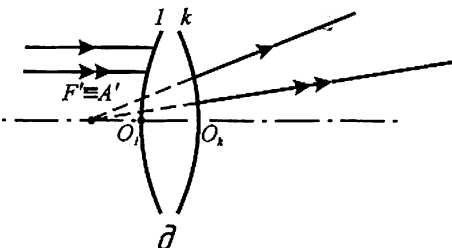
*т.А - мнимый предмет; пучок лучей из т.А - сходящийся; т.А' - действительное изображение мнимой т.А; пучок лучей из оптической системы - сходящийся.*



*т.А - действительный предмет; пучок лучей из т.А - расходящийся; т.А' - мнимое изображение т.А; пучок лучей из оптической системы - расходящийся.*



*т.А - предмет на оси в бесконечности; на оптическую систему падает параллельный пучок лучей; изображение т.А (т.А') - действительное; пучок лучей из оптической системы - сходящийся.*



*т.А предмета - в бесконечности; пучок лучей из т.А - параллельный оптической оси; т.А' - мнимое изображение т.А; пучок лучей из оптической системы - расходящийся.*

Рис. 1.8. Виды предметов и изображений.

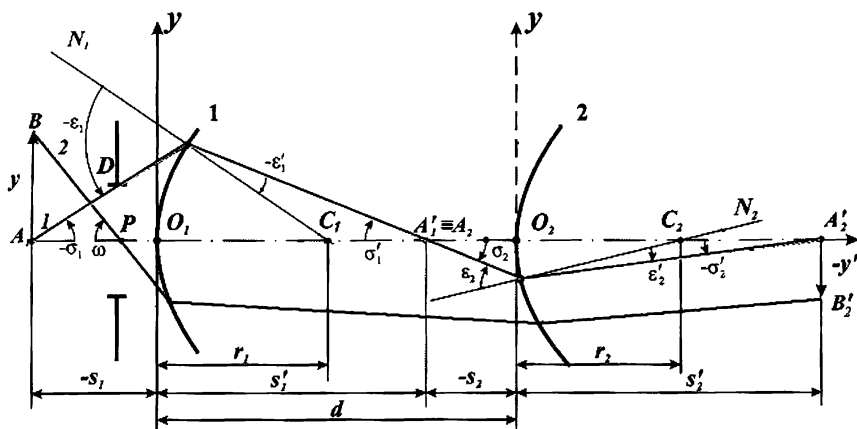


Рис. 1.9. Линейные и угловые координаты луча из осевой точки  $A$  и луча из внеосевой точки  $B$ .

В соответствии с ГОСТ 7427-76 принято обозначать (рис.1.9) через:  $y$  — величину предмета  $AB$ ;

$y'$  — величину изображения  $A'B' = A_2'B_2'$ ;

$\sigma$  — угол между оптической осью и лучом из осевой точки предмета (т.  $A$ ) ;

$\sigma'$  — угол в пространстве изображений, сопряженный с углом  $\sigma$ ;

$s$  — расстояние от вершины поверхности (т.  $O$ ) до предмета (т.  $A$ ) ;

$s'$  — расстояние от вершины поверхности (т.  $O$ ) до изображения (т.  $A'$ ) ;

$r$  — радиус кривизны поверхности; отсчитывается от вершины поверхности (т.  $O$ ) до центра ее кривизны (т.  $C$ ) ;

$\epsilon$  — угол падения (угол между нормалью в точке падения луча на поверхность и падающим лучом) ;

$\epsilon'$  — угол преломления (или отражения) ;

$\epsilon_m$  — угол полного внутреннего отражения ;

$d$  — расстояние между вершинами поверхностей (т.  $O_1$  и т.  $O_2$ ) ; отсчитывается от первой поверхности до второй и т. д. по ходу луча.

Начало системы координат последовательно помещают в вершину поверхности (т.  $O_1$  и т.  $O_2$ ), ось  $OZ$  совмещают с оптической осью, а ось  $OY$  направляют вверх (рис.1.9). Положительное на-

правление оси  $OZ$  совпадает с положительным направлением хода лучей — слева направо. Система координат левая. Поверхности нумеруются слева направо. Подстрочный индекс любого обозначения в оптической системе соответствует номеру поверхности ( $s_1, s'_1, s_2, s'_2, \varepsilon_1, \varepsilon'_1, \varepsilon_2, \varepsilon'_2$  и т. д.).

**Правило знаков для отрезков:** для отрезков, перпендикулярных оптической оси, направление вверх от оси — положительное, вниз — отрицательное; для отрезков, расположенных вдоль оптической оси, направление вправо от начала координат — положительное, влево — отрицательное (рис.1.9).

**Правило знаков для углов:** углы падения, преломления и отражения отсчитываются от нормали  $NN$  к поверхности, остальные углы — от оптической оси; если для образования угла надо вращать луч от оси (нормали) по ходу часовой стрелки, то угол — положительный, против хода часовой стрелки — отрицательный.

На рис.1.9 показаны принятые обозначения углов и отрезков.

**Знаки углов и отрезков обязательно указываются на чертеже.**

Лучи обозначают сплошной линией со стрелкой, показывающей направление распространения оптического излучения, продолжение лучей — пунктирной линией, оптическую ось — штрихпунктирной линией.

## 2. ТЕОРИЯ ИДЕАЛЬНОЙ ОПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Ни одна реальная оптическая система, кроме плоского зеркала, не дает идеального изображения даже одной точки. Подчиняясь закону преломления, лучи, прошедшие систему, не приходят в одну точку. Нарушается гомоцентричность пучка, и невозможно однозначно определить положение, величину и форму изображения. **Идеальной** называется оптическая система, изображающая любую точку пространства предметом точкой (стигматически), при этом изображение должно быть подобно предмету. Следовательно, идеальная система не нарушает гомоцентричности прошедших через нее сколь угодно широких пучков лучей в пределах неограниченно большой области пространства.

Чтобы получить идеальную оптическую систему — эталон для сравнения с реальной системой, немецкий математик К. Гаусс в 1841 г. предложил теорию, позволяющую рассчитывать идеальную оптическую систему. В основу своей теории Гаусс положил требования, которым должна удовлетворять идеальная система, а для реализации этих требований он использовал вместо закона преломления свойства **кардинальных точек** (*cardinalis* — главный, важный).

### 2.1. Основные положения теории идеальной оптической системы

Теория идеальной оптической системы базируется на следующих положениях:

1. Каждой **точке** в пространстве предметов **соответствует** только одна **точка** в пространстве изображений. Такие **точки называются сопряженными**.

2. **Отрезку** прямой в пространстве предметов **соответствует** только один **отрезок** в пространстве изображений. Такие **отрезки называются сопряженными**.

Если в пространстве предметов точка лежит на прямой, то сопряженная с ней в пространстве изображений точка лежит на прямой, сопряженной с первой. Это означает, что все лучи, вышедшие из одной точки предмета, придут в одну и ту же точку изображения.

3. *Плоскости*, перпендикулярной оптической оси в пространстве предметов, *соответствует* одна *сопряженная с ней плоскость* в пространстве изображений, перпендикулярная оптической оси.

В сопряженных плоскостях, перпендикулярных оптической оси, изображение должно быть подобно предмету, т. е. отношение координат для любой пары сопряженных точек есть величина постоянная:

$$\beta = y'/y,$$

где  $\beta$  — линейное увеличение идеальной оптической системы, или масштаб изображения;  $y$  — координата точки предмета,  $y'$  — координата сопряженной точки изображения (рис.1.9).

## 2.2. Кардинальные точки и элементы оптической системы

### 2.2.1. Кардинальные точки оптической системы

Кардинальные точки реально существуют, их особые свойства действуют лишь в области, близко прилегающей к оптической оси — *параксиальной*. Существует *три пары кардинальных* (особых) точек: *фокусы* ( $F, F'$ ), *главные* ( $H, H'$ ) и *узловые* ( $N, N'$ ) *точки*.

#### Передний и задний фокусы $F, F'$ оптической системы

На рис.2.1 изображена первая (1) и последняя (k) поверхности оптической системы. Точка  $O_1$  и точка  $O_k$  — вершины первой и последней поверхностей. Точки  $A$  и  $A'$  — соответственно осевые точки предмета и изображения. Луч 1 из точки  $A_1$  в пространстве предметов сопряжен с лучом 1', проходящим через точку  $A'_1$  в пространстве изображений.

Будем точку  $A_1$  удалять вдоль оптической оси от оптической системы, при этом изображение точки  $A'_1$  будет приближаться к последней поверхности оптической системы. Когда точка  $A_1$  уйдет бесконечно далеко (т. $A_2$ ), на оптическую систему будет падать луч 2, параллельный оптической оси, а изображение точки  $A_2$  будет в точке  $A'_2$ . Точка  $A'_2$  на оптической оси в пространстве изображений, сопряженная с бесконечно удаленной точкой  $A_2$ , называется *задним фокусом оптической системы* и обозначается со-



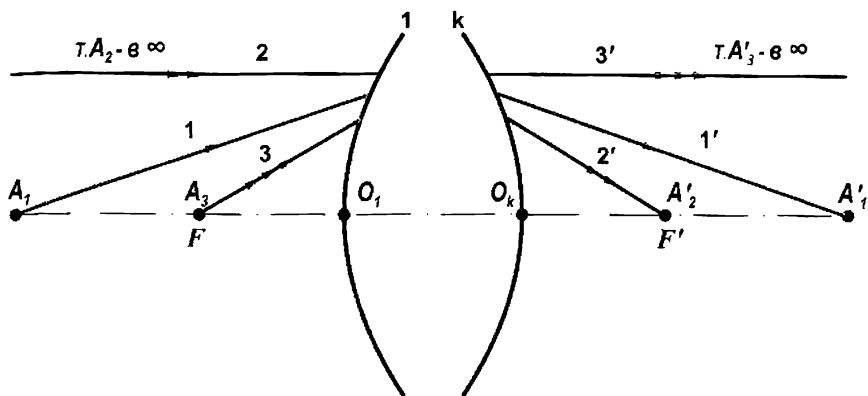


Рис. 2.1. Определение положения переднего  $F$  и заднего  $F'$  фокусов.

гласно ГОСТ 7427-76 заглавной буквой  $F'$  латинского алфавита. Плоскость, перпендикулярная к оптической оси и проходящая через т.  $F'$ , называется **задней фокальной плоскостью**. **Задняя фокальная плоскость сопряжена с бесконечно удаленной плоскостью предмета.**

Если точку  $A_1$  приближать к оптической системе, то ее изображение будет удаляться до тех пор, пока изображение точки  $A'_1$  не удалится в бесконечность. Когда точка  $A_1$  займет положение точки  $A_3$ , то сопряженная ей точка  $A'_3$  будет в бесконечности. Точку  $A_3$  называют **передним фокусом оптической системы** и согласно ГОСТ 7427-76 обозначают прописной буквой  $F$  латинского алфавита. Все лучи, вышедшие из **точки  $F$** , пройдя оптическую систему, образуют пучок лучей, параллельный оптической оси (луч 3 сопряжен с лучом 3'). Плоскость, перпендикулярная к оптической оси и проходящая через передний фокус (т. $F$ ), называется **передней фокальной плоскостью**. **Эта плоскость сопряжена с бесконечно удаленной плоскостью пространства изображений.**

Есть оптические системы, у которых **фокусы мнимые**, т.е. в этих точках пересекаются не сами лучи, вышедшие из системы, а их продолжение. На рис.2.2 показано определение положения мнимого заднего фокуса (т. $F'$ ), который находится на пересечении с оптической осью продолжения (пунктирная линия) луча 1', вышедшего из оптической системы.

**Главное свойство фокальных плоскостей** (рис.2.3): гомоцентрическому пучку лучей с вершиной в любой точке (т. $B$ ) задней фо-

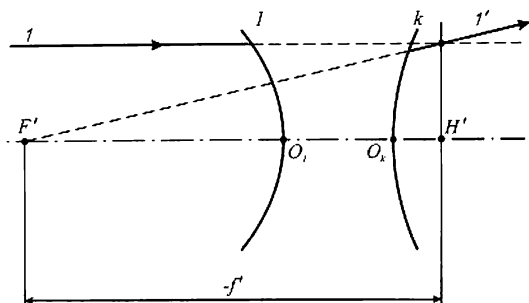


Рис. 2.2. Определение положения точки  $F'$ .

кальной плоскости (рис. 2.3, а) соответствует пучок параллельных между собой лучей в пространстве предметов, а гомоцентрическому пучку лучей с вершиной в любой точке (т.В) передней фокальной плоскости (рис.2.3, б) соответствует пучок параллельных между собой лучей в пространстве изображений.

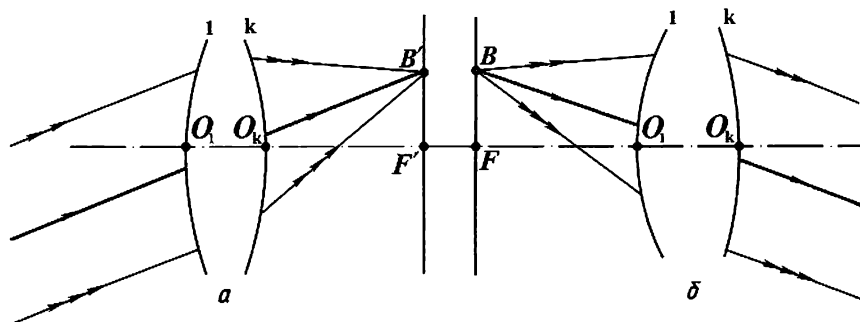


Рис. 2.3. Свойства фокальных плоскостей.

Итак, в фокальных плоскостях получаются изображения всех бесконечно удаленных предметов. **Фокальные плоскости сопряжены с бесконечно удаленными плоскостями, но не сопряжены друг с другом.**

### Главные точки $H, H'$ оптической системы (рис. 2.4)

Совокупность точек (т.  $Q'$ ) пересечения лучей, вошедших в оптическую систему от предмета в бесконечности (луча  $\vec{I}'$ ), с сопряженными с ними в пространстве изображений лучами, вышедшими из системы (луч  $\vec{I}$ ), образует в идеальной оптической

системе плоскость, перпендикулярную оптической оси. Эту плоскость называют **задней главной плоскостью**. Аналогично получают положение **передней главной плоскости** на пересечении продолжения лучей  $\tilde{2}$  и  $\tilde{2}'$  (т.  $Q$ ), проведенных в обратном ходе лучей (справа налево).

Точка  $Q'$  и точка  $Q$  (точки пересечения сопряженных лучей  $\tilde{1}$  и  $\tilde{1}'$ ;  $\tilde{2}$  и  $\tilde{2}'$ ) лежат в сопряженных главных плоскостях и поэтому являются сопряженными.

**Главные плоскости обладают очень важным свойством:** для любой пары сопряженных точек, лежащих в главных плоскостях, **линейное увеличение**, обозначаемое  $\beta_H$ , **равно единице**, т. е.  $\beta_H = 1$ . Это означает, что между главными плоскостями лучи идут параллельно оптической оси, т. е. расстояние между плоскостями может быть произвольным, в том числе и равным нулю ( $\Delta_{HH'} = 0$ ).

На пересечении главных плоскостей с оптической осью лежат **главные точки  $H$  и  $H'$**  (обозначаются согласно ГОСТ 7427—76 прописными буквами латинского алфавита).

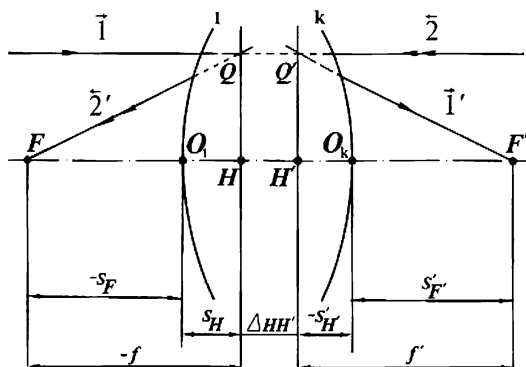


Рис. 2.4. Определение положения главных плоскостей.

### Узловые точки $N$ , $N'$ оптической системы (рис.2.5)

Эти точки являются **сопряженными**. Луч  $l$  из внеосевой точки  $B$  предмета  $AB$ , направленный в переднюю узловую точку  $N$ , выходит через заднюю узловую точку  $N'$  оптической системы, заданной первой и  $k$  — поверхностями, под тем же самым углом, что и падающий луч, т. е.  $\alpha_N = \alpha'_{N'}$ .

Если оптическая система находится в разных средах, т. е.  $n_1 \neq n'_k$ , то узловые точки  $N$ ,  $N'$  располагаются на некотором расстоянии от главных точек  $H$ ,  $H'$  (рис.2.5, а). **Для системы, расположенной в воздухе ( $n_1 = n'_k = 1$ ), узловые точки  $N$ ,  $N'$  совпадают с главными точками  $H$ ,  $H'$**  (рис.2.5, б) и угловое увеличение  $\gamma = \alpha'_{N'}/\alpha_N$  в этих плоскостях равно единице.

## 2.2.2. Кардинальные элементы $f, f', s_F, s'_F, s_H, s'_H$ .

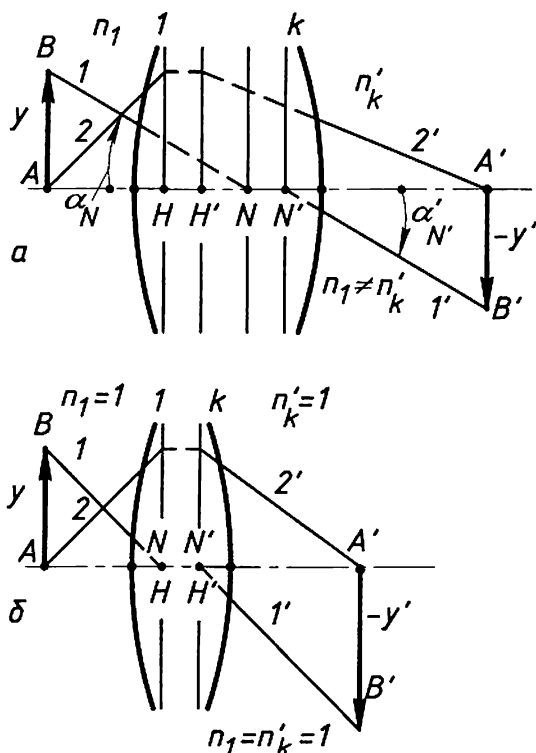


Рис. 2.5. Определение положения узловых точек  $N, N'$ : а)  $n_1 \neq n'_k$ ; б)  $n_1 = n'_k = 1$ .

На рис.2.6 показаны все кардинальные элементы оптической системы, заданной первой (1) и последней ( $k$ ) поверхностями.

$f$  — **переднее фокусное расстояние** — расстояние от передней главной точки  $H$  до переднего фокуса — точки  $F$  (отсчитывается от т. $H$  к т. $F$  против хода луча, поэтому при обозначении имеет знак "минус");

$f'$  — **заднее фокусное расстояние** — расстояние от задней главной точки (т. $H'$ ) до заднего фокуса (т. $F'$ );

$s_F$  — **передний фокальный отрезок** — расстояние от вершины первой поверхности (т. $O_1$ ) до переднего фокуса (т. $F$ ). Отрезок

отсчитывается в направлении, противоположном ходу луча;

$s'_F$  — **задний фокальный отрезок** — расстояние от вершины последней поверхности (т. $O_k$ ) до заднего фокуса (т. $F'$ );

$s_H$  — **положение передней главной плоскости** — расстоя-

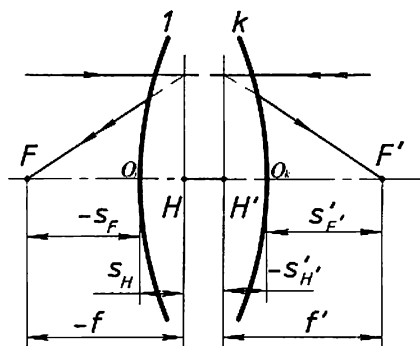


Рис. 2.6. Кардинальные элементы оптической системы.

ние от вершины первой поверхности (т.  $O_1$ ) до передней главной точки (т.  $H$ ). Отрезок отсчитывается в направлении хода луча;

$s'_H$  — *положение задней главной плоскости* — расстояние от вершины последней поверхности (т.  $O_k$ ) до задней главной точки (т.  $H$ ). Отсчитывается от поверхности (т.  $O_k$ ) до задней главной точки (т.  $H$ ) против хода луча, поэтому отрезок имеет знак "минус".

В идеальной оптической системе преломление происходит на главных плоскостях, совпадающих для системы в воздухе с узловыми плоскостями, поэтому, убрав поверхности и приняв  $\Delta_{HH'} = 0$ , получим тонкую идеальную систему (линзу или компонент, рис. 2.9, и, к), дающую стигматическое изображение точек.

## 2.3. Типовые оптические детали

### 2.3.1. Линзы. Тонкая линза

*Линза* (нем. linse от лат. lens — чечевица) — это оптическая деталь, ограниченная двумя преломляющими поверхностями, имеющими сферическую (от греч. sphaira — шар) (или асферическую) форму, причем одна из поверхностей может быть плоской. Оптическая ось линзы проходит через центры кривизны ее сферических поверхностей и является осью симметрии линзы.

Линза представляет собой простейшую оптическую систему. В качестве отдельных оптических систем линзы применяются редко (лупы, очковые линзы и т. п.). Чаще всего линзы входят в состав сложных оптических систем — объективов, окуляров, фотообъективов и т. п. Обычно линзы имеют круглую форму, но встречаются линзы прямоугольные, квадратные и др.

Основной оптической характеристикой линзы является *оптическая сила*  $\Phi = -n_1/f = n'_2/f'$ , где  $n_1$  — показатель преломления среды в пространстве предметов (рис. 2.7),  $n'_2 = n_3$  — показатель преломления среды в пространстве изображений.

Если линза находится в однородной среде и показатели преломления сред равны, т. е.  $n_1 = n_3$ , тогда  $-f = f'$ . Если линза находится в воздухе, то  $n_1 = n'_2 = 1$  и  $\Phi = -1/f = 1/f'$ .

Оптическая сила измеряется в диоптриях. Одна *диоптрия* (дптр) соответствует оптической силе линзы в воздухе с фокусным расстоянием  $f' = 1$  м. Обычно фокусное расстояние  $f'$  выражается в миллиметрах (мм) (кроме астрономических объективов),

поэтому удобно использовать формулу  $\Phi = 1000/f'$ , где  $f'$  — в мм. Например, если фокусное расстояние линзы 200 мм, то ее оптическая сила  $\Phi = 5$  дптр. В диоптриях обычно оценивают оптическую силу очковых линз.

В линзах расстояние  $d$  между вершинами поверхностей — точками  $O_1$  и  $O_2$  (рис. 2.7) — называется **толщиной линзы**.

По виду конструкции (конфигурации) различают линзы:

**двояковыпуклые** и **двояковогнутые** (рис.2.8, а, б), у которых радиусы кривизны имеют различные знаки;

**плосковыпуклые** и

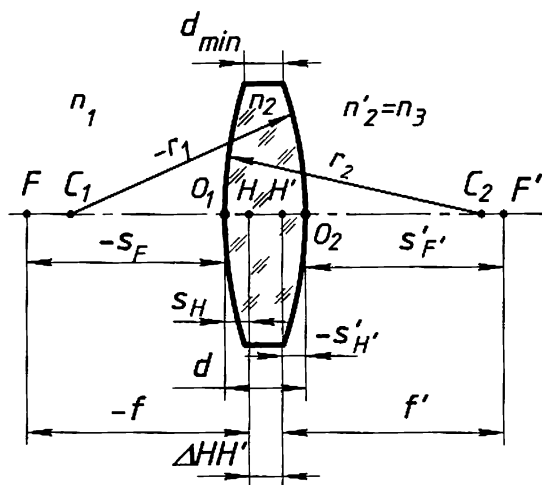


Рис. 2.7. Кардинальные элементы линзы.

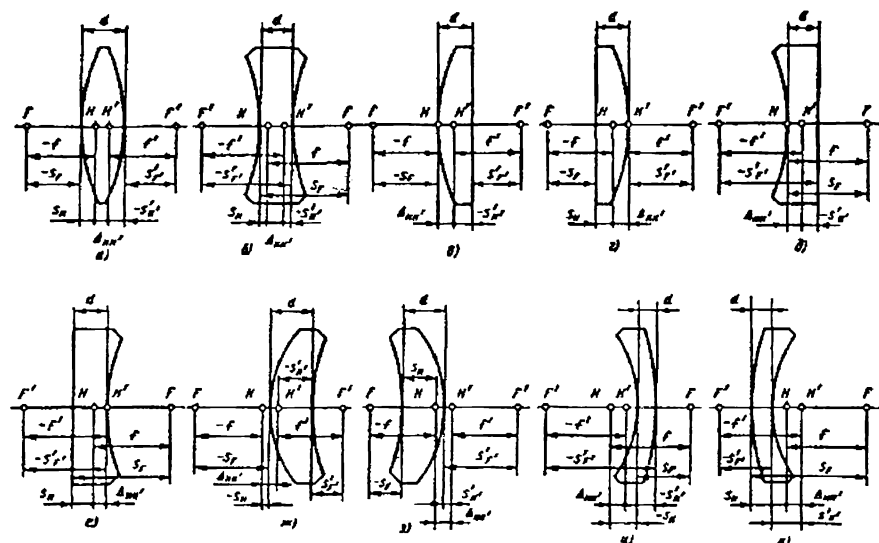


Рис. 2.8. Виды линз.

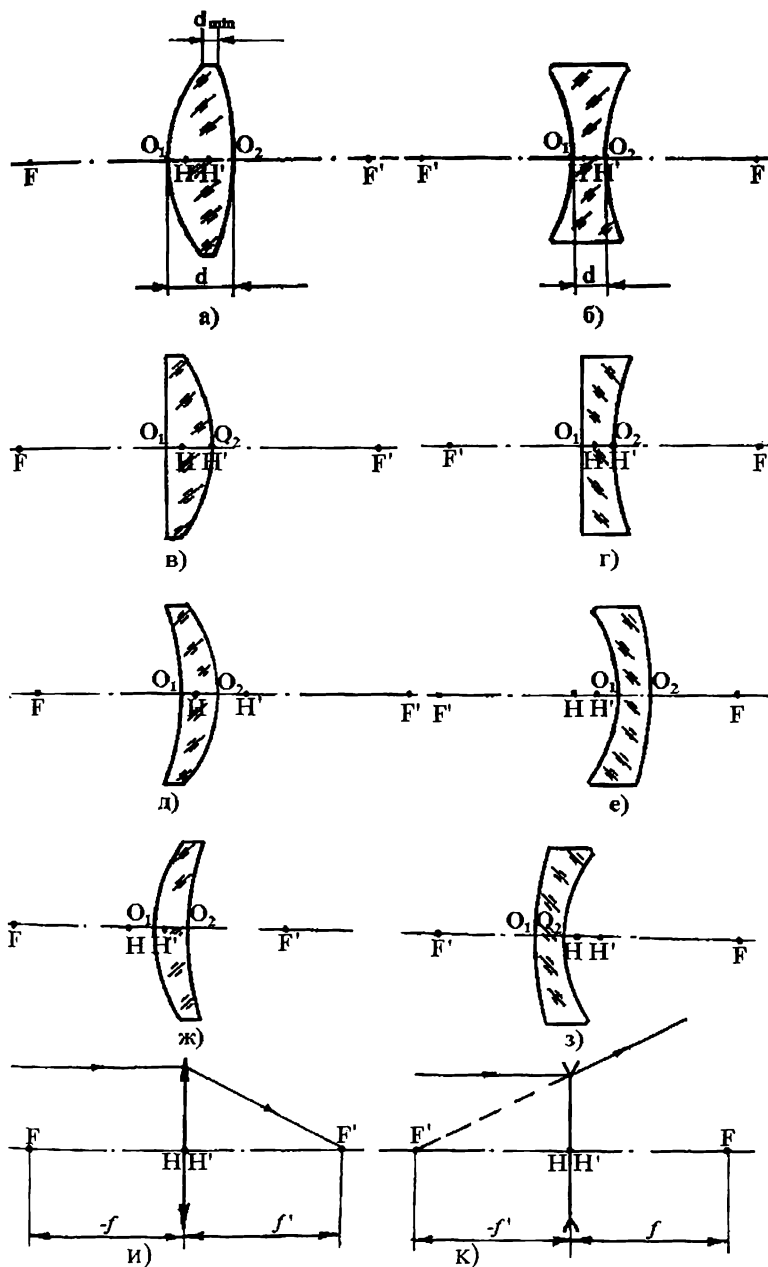


Рис. 2.9. Положительные и отрицательные линзы.

**плосковогнутые** разной комбинации поверхностей (рис.2.8, в, г, д, е), одна из которых плоская ( $r = \infty$ );

**выпукловогнутые** (рис.2.8, ж, з, и, к) — **мениски** (от греч. meniskos — полумесяц, серп), у которых радиусы кривизны имеют одинаковые знаки.

Все линзы, независимо от их формы, можно также разделить на две группы: **положительные** ( $\Phi > 0$ ), (рис.2.9, а, в, ж, и) и **отрицательные** ( $\Phi < 0$ ), (рис.2.9, б, г, е, з, к).

У положительных линз толщина  $d$  по оптической оси больше толщины  $d_{\min}$  линзы по краю ( $d_{\min}$  по краю — это толщина цилиндрической части линзы), т. е.  $d > d_{\min}$  (рис.2.9, а). У отрицательных линз толщина  $d$  по оптической оси меньше толщины линзы по краю (рис.2.9, б).

Если известны радиусы кривизны  $r_1$  и  $r_2$  поверхностей линзы и ее толщина  $d$ , то оптическую силу линзы в воздухе можно вычислить с помощью **формулы линзы**:

$$\Phi = (n - 1) \cdot \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{d \cdot (n - 1)^2}{n \cdot r_1 \cdot r_2}, \quad (2.1)$$

где  $n$  — показатель преломления материала (стекла) линзы;  $d$  — толщина линзы;  $r_1, r_2$  — радиусы кривизны поверхностей, подставляемые в формулу (2.1) со своими знаками.

**Тонкая линза.** Обычно в линзах расстояние между главными плоскостями мало и можно считать, что они совпадают. Тогда линзу можно рассматривать как идеальную оптическую систему и заменить ее совмещенными главными плоскостями, принимая толщину  $d$  равной нулю (рис.2.9, и, к).

Линза, в которой расстояние  $\Delta_{HH'}$  между главными плоскостями и толщина  $d$  равны нулю ( $\Delta_{HH'} = 0, d = 0$ ), называется **бесконечно тонкой или тонкой линзой**.

В тонких линзах преломление луча происходит на совмещенных главных плоскостях, которые на чертеже показываются отрезком прямой, перпендикулярной оптической оси, со стрелками на концах (рис.2.9, и, к). Для положительных линз острия стрелок направлены вверх и вниз от оси (рис.2.9, и), а для отрицательных линз — по направлению к оптической оси (рис.2.9, к).

Поскольку толщина тонкой линзы принимается равной нулю, то формула (2.1) линзы в воздухе упрощается и принимает вид:

$$\Phi = (n - 1) \cdot \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$



Формула линзы имеет такой же вид и для линзы толщиной  $d$  с одной плоской поверхностью, так как второе слагаемое в общей формуле (2.1) обращается в нуль.

### 2.3.2. Плоскопараллельные пластины

**Плоскопараллельная пластина (ППП)** — прозрачная оптическая деталь, ограниченная двумя преломляющими плоскими параллельными поверхностями (плоскостями) (рис.2.10).

ППП применяется в различных оптических приборах в качестве защитных стекол, шкал, компенсаторов в измерительных устройствах, оснований (подложек) плоских зеркал, на которые наносится зеркальное покрытие; предметных стекол, на которые помещают предмет в микроскопах; светофильтров, изготавливаемых из цветных стекол и т. п. Пластины могут быть круглыми, прямоугольными, квадратными (рис.2.10).

ППП может быть прозрачной (рис. 2.11, а) и полупрозрачной, когда часть лучей проходит, а другая часть отражается (рис. 2.11, б).

Это достигается с помощью специального покрытия. Прозрачная пластина чаще всего установлена перпендикулярно оптической оси, а полупрозрачная — под углом, чаще всего  $45^\circ$ .

Если пластина установлена перпендикулярно оптической оси (рис.2.11, а) и луч падает на пластину параллельно оптической оси, то он идет через обе поверхности по нормали без преломления, без изменения направления ( $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 0$ ), выходя из пластины также параллельно оптической оси. В этом случае пластина является идеальной оптической системой. Пластина не имеет фокусов. Для нее  $-f = f' = \infty$ , тогда оптическая сила  $\Phi = -1/f = 1/f' = 0$ , т. е. пластина является **афокальной** (приставка "а" означает отрицание "не") системой, т. е.

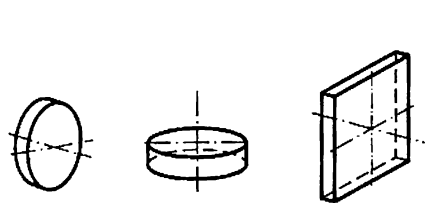


Рис. 2.10. Плоскопараллельные пластины.

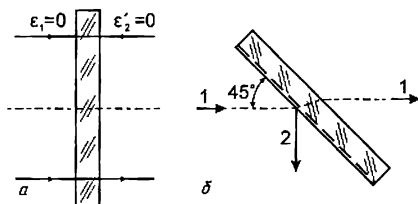


Рис. 2.11. Прозрачная (а) и полупрозрачная (б) пластины.

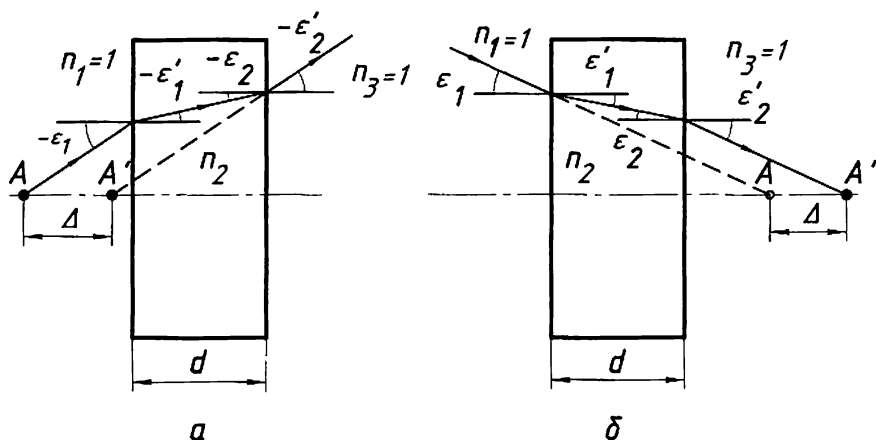


Рис. 2.12. Ход лучей в плоскопараллельной пластине в воздухе.

не имеет фокусов и фокусных расстояний. Если угол падения луча на пластину отличен от нуля, то она создает мнимое изображение (т.А') действительного предмета (т.А) (рис.2.12, а) или действительное изображение (т.А') мнимого предмета (т.А) (рис.2.12,б). Луч, падающий на пластину под углом  $\epsilon_1$  и выходящий из нее, параллельны друг другу, т. е.  $\epsilon_1 = \epsilon_2'$ .

Пластина дает продольное смещение  $\Delta$  изображения (т.А') относительно предмета (т.А), которое можно вычислить по приближенной формуле:  $\Delta = d(n_2 - 1) / n_2$ .

### 2.3.3. Призмы

*Призмы* (от греч.prisma букв. распиленная) — оптические детали, ограниченные преломляющими (не менее двух) и отражающими плоскостями (гранями), образующими между собой двугранные углы.

Отражательные приз-

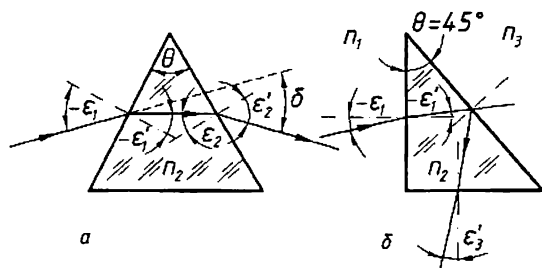


Рис. 2.13. Преломляющая (а) и отражательная (б) призмы.

мы (б) — состоят из преломляющих и отражающих поверхностей.

Используются для оборачивания изображения, изменения направления оптической оси прибора с целью придания прибору компактной конфигурации, для изменения направления линии визирования без поворота всей системы и т. д. Они по своему действию эквивалентны системе плоских зеркал.

Основное свойство отражательной призмы —  $|\varepsilon_i| = |\varepsilon'_k|$ , т. е. всегда сохраняется равенство угла преломления  $|\varepsilon'_k|$  на последней грани призмы углу падения  $|\varepsilon_i|$  этого же луча на переднюю грань призмы.

**Условное обозначение и типы отражательных призм.** Каждая одинарная призма обозначается двумя буквами и числом через тире.

**Первая буква** указывает число отражений в призме:

А — одно отражение, Б — два отражения, В — три отражения;

**вторая буква** характеризует конструкцию призмы:

Р — равнобедренная, С — ромбическая, П — пентапризма, У — полупента, Л — Лемана, М — призма дальномерного типа.

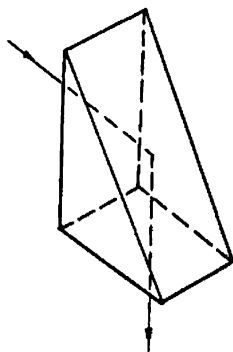
**Число**, которое пишется после двух букв через тире, указывает значение отклонения осевого луча призмой (в градусах). Известны несколько равнобедренных призм, поэтому помимо буквенно-цифрового обозначения им присвоены названия: ВР-45° — призма Шмидта, АР-0° — призма Дове и т. д.

**Призмы с четным числом отражений** дают прямое изображение, **с нечетным** — зеркальное.

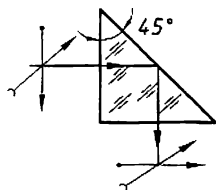
Если на одну из граней призмы нанесена "крыша", которая представляет собой две грани, расположенные под углом 90° друг к другу с допуском  $\pm 2'' \dots 5''$ , то она считается еще одним отражением, а у первой буквы в обозначении появляется индекс "к". Например, АР-90° — прямоугольная равнобедренная призма с одной отражающей гранью, которая поворачивает оптическую ось на 90°. Если призма А<sub>к</sub>Р-90° — то за счет "крыши" происходит полное оборачивание изображения.

Например призма АР-90° — прямоугольная равнобедренная (буква Р) призма, с одной отражающей гранью (буква А), поворачивает оптическую ось на 90° (число — 90°).

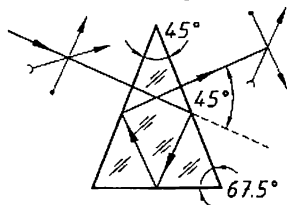
В оптических приборах с помощью отражательных призм или призмённых систем можно:



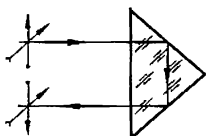
AP-90°



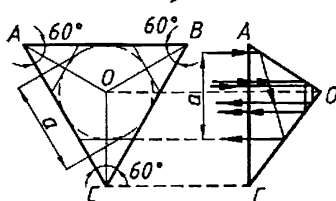
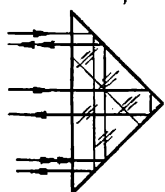
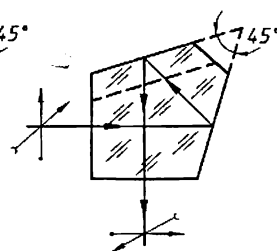
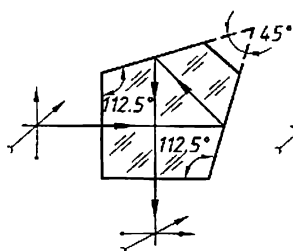
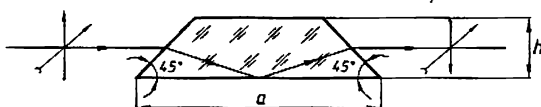
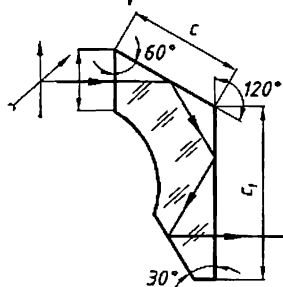
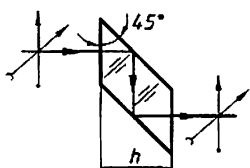
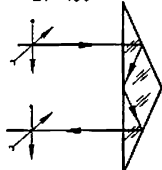
BP-45°



BP-180°



BP-180°



1. Изменить направление оптической оси для уменьшения размеров прибора — призмы AP-90°, BP-45°;

2. Направить пучок лучей строго в обратном направлении — призмы BP-180° и BP-180°;

3. Сместить оптическую ось системы параллельно самой себе — призма-ромб БС-0° и призма Лемана ВЛ-0°;

4. Вращать изображение — призма Дове AP-0° или призма прямого видения;

5. Для обзора пространства предметов без поворота прибора — пентапризмы БП-90° и Б<sub>к</sub>П-90° с "крышей";

6. Трипелъшпигель-призма (угловой отражатель) — система из трех взаимно перпендикулярных зеркал, дает направление отраженного луча, парал-

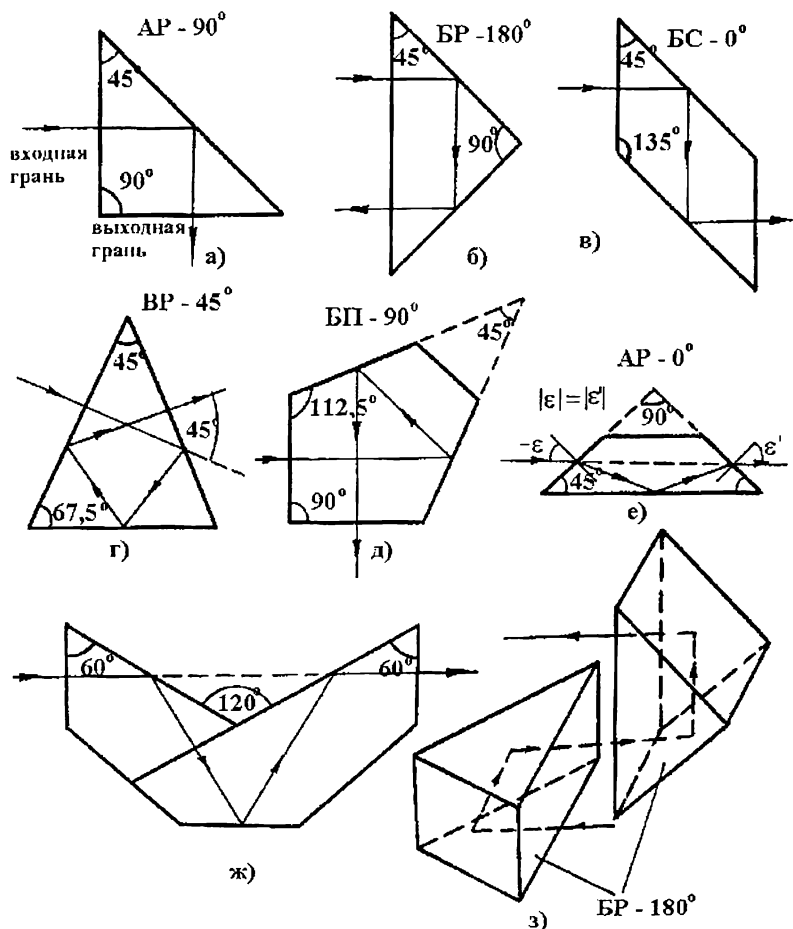


Рис. 2.14. Виды отражательных призм: а) прямоугольная равнобедренная призма  $AP - 90^\circ$ ; б) прямоугольная равнобедренная призма  $BP - 180^\circ$ ; в) ромб-призма  $BC - 0^\circ$ ; г) призма Шмидта  $BP - 45^\circ$ ; д) пентапризма  $BP - 90^\circ$ ; е) призма Дове  $AP - 0^\circ$ ; ж) составная призма Аббе  $AP - 0^\circ$ ; з) призмная система Малофеева (Порро) 1-го рода, состоящая из двух призм  $BP - 180^\circ$ .

тельное направлению падающего луча. Отражение от граней призмы в большинстве случаев является полным внутренним отражением. Если угол падения  $\epsilon$  на какую-либо отражающую грань меньше предельного  $\epsilon_m$ , то на эту грань снаружи наносится зеркальное покрытие (серебро, алюминий). В отражательных

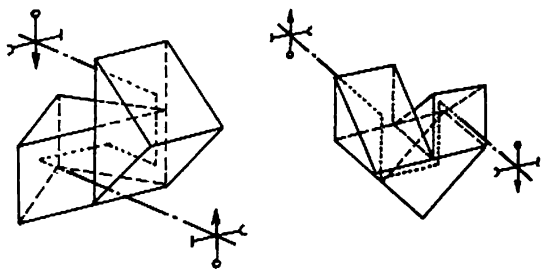


Рис. 2.15. Призмы Порро I и II рода.

призмах первая грань, на которую падает луч, называется входной, а последняя грань, из которой выходит луч — выходной. Есть призмы, в которых входная грань одновременно является и выходной, например, в БР —  $180^\circ$ .

Существуют одинарные призмы, изготовленные из одного куска стекла, и составные призмы, или призмённые системы, состоящие из двух и более призм. На рис. 2.15 представлены призмённые системы Порро I и II рода.

**Коэффициент призмы**  $k = l/D$ , где  $l$  — геометрическая длина хода осевого луча в призме,  $D$  — наибольший диаметр светового пучка, проходящего через призму, зависит от конструкции призмы и его значения указаны в справочниках.

При конструировании оптического прибора необходимо учитывать, что призма должна наиболее простым способом решать задачу, поставленную перед конструктором, иметь простую конфигурацию, наименьшее число отражающих поверхностей. Призма должна иметь минимальные размеры и массу, поэтому ее желательно устанавливать вблизи наименьшего сечения световой трубки, а если призма служит для оборачивания изображения в визуальной оптической системе (зрительной трубе, перископе, бинокле и т. п.), то расстояние ее выходной грани от плоскости полевой диафрагмы (сетки) должно быть не меньше величины, определяемой по формуле:  $s = f'^2_{\text{ок}} A / 1000$ , где  $A = \pm 5$  дптр — ширина аккомодации глаза (см. стр. 78). В противном случае все дефекты стекла (пузыри, мелкие царапины, пылинки) будут резко видны в поле окуляра и мешать наблюдению.

**Развертка призмы.** Развертка призмы обычно выполняется при габаритных расчетах отражательных призм, связанных с определением их размеров, зависящих от диаметров пучков лучей, проходящих через призмы.

Порядок развертки: последовательно по ходу осевого луча относительно каждой отражающей поверхности строится изображение призмы и отраженного луча. Развертывание происходит до тех пор, пока выходная и входная грани призмы не станут парал-

лельными друг другу и перпендикулярными к оптической оси. Таким образом, отражательная призма становится эквивалентной ППП, толщина  $d$  которой равна геометрической длине  $l$  хода осевого луча в призме ( $d = kD$ ). В тех случаях (например, в случае башмачной призмы  $B_k-90^\circ$ ), когда призму нельзя развернуть, в ППП устанавливают дополнительный клин, дополняющий развертку до плоскопараллельной пластины. Затем для упрощения расчетов при определении световых диаметров ППП эквивалентную ППП **редуцируют**, т. е. приводят к воздуху ( $d_{ред} = d/n = kD_{сеп}/n$ ). Определяют световые диаметры на входной и выходной гранях редуцированной пластины, по световому диаметру вычисляют размеры призмы.

Порядок развертки отражательных призм приведен на рисунках: рис 2.16, *а* — призма  $AP-90^\circ$  развертывается в ППП, рис.2.16, *б* — призма  $BC-0^\circ$  развертывается в эквивалентную плоскопараллельную пластину.

**Призмы преломляющие** (спектральные, или диспергирующие) — служат для разложения в спектр оптического излучения, поступающего в призму. В результате сложное оптическое излучение, например, белый свет, разлагается на отдельные составляющие, называемые монохроматическими, т. е. одного цвета, одной длины волны: красную, оранжевую, желтую, зеленую, голубую, синюю, фиолетовую.

**Угол отклонения**  $\delta_\lambda$  луча, т. е. угол между падающим и преломленным лучами, для каждой длины волны зависит от показателя преломления стекла для этой же длины волны. В преломляющих призмах обычно углы падения луча на входную грань и сопря-

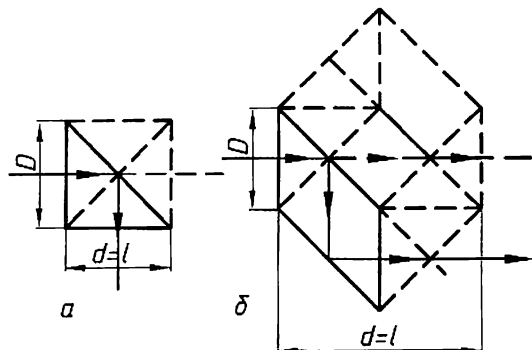


Рис. 2.16. Развертка призм.

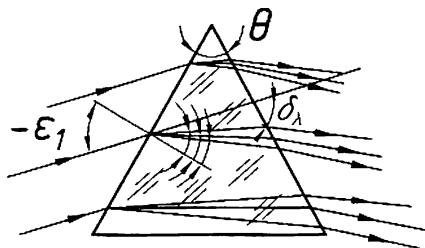


Рис. 2.17. Преломляющая призма.

женные с ними углы преломления на выходной грани не равны друг другу. Угол  $\theta$  называют *преломляющим углом*. Преломляющие призмы, чаще всего составленные из нескольких призм, склеенных между собой, используют в спектральных приборах.

#### 2.3.4. Оптический клин

**Оптический клин** — призма с малым ( $\leq 6^\circ$ ) преломляющим углом. Он служит для получения малого угла  $\delta$  отклонения луча, падающего на входную грань (рис. 2.18).

При малых углах падения  $\varepsilon_1$  угол отклонения

$$\delta = \theta(n - 1)\{1 + [(n + 1)\varepsilon_1^2/2n] + \dots\},$$

где  $n$  — показатель преломления стекла клина.

Формула клина:  $\delta = \theta \cdot (n - 1)$ . Формулу используют, если луч падает по нормали к поверхности клина. Клин всегда отклоняет луч в сторону своего основания и смещает изображение точки  $A$  на оси перпендикулярно к оптической оси на величину  $\Delta l = s\delta = s\theta(n - 1)$ , где  $s$  — положение плоскости, в которой рассматривается смещение изображения (рис. 2.19, а).

Прямолинейное движение изображения (рис. 2.19, б) получают при поступательном перемещении клина по направлению падающего луча. Перемещение клина из положения I в

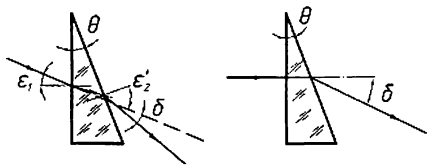


Рис. 2.18. Ход луча в клине.

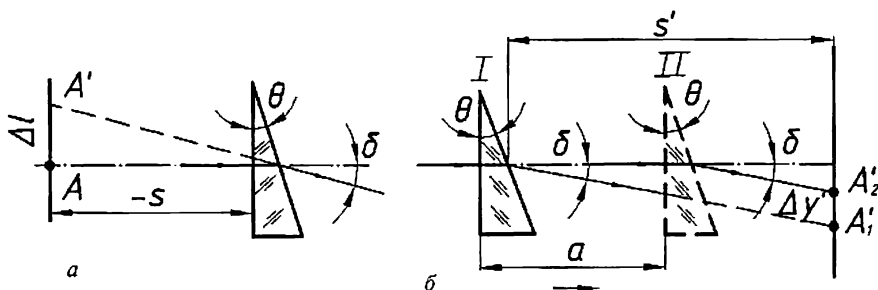


Рис. 2.19. Поступательное перемещение клина.



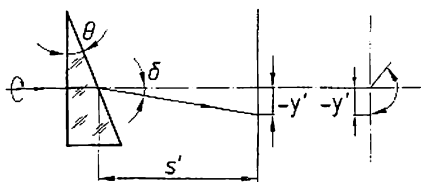


Рис. 2.20. Вращение клина вокруг оптической оси.

положение II на некоторое расстояние  $a$  вызывает смещение изображения на величину

$$\Delta y' = y'_I - y'_{II} = a \cdot \theta (n - 1).$$

Оптический клин применяют в качестве компенсатора.

При вращении клина (рис. 2.20) изображение осевой точки описывает окружность радиусом  $y'$ , который зависит от угла отклонения  $\delta$  луча клином и от положения  $s'$  плоскости изображения относительно клина  $y' = s' \tan \delta \approx s' \delta = s' (n - 1) \theta$ . Однако использовать движение изображения по окружности в целях измерения и компенсации смещения изображения нельзя. Получить прямолинейное движение изображения с достаточной степенью точности можно только вращением двух одинаковых клиньев в противоположные стороны на равные углы  $\varphi$  (рис. 2.21).

Наибольший суммарный угол отклонения  $\delta_{\Sigma_0}$  будет тогда, когда главные сечения клиньев лежат в одной плоскости, а преломляющие углы направлены в одну сторону:  $\delta_{\Sigma_0} = 2\delta = 2(n-1)\theta$ . При вращении клиньев угол отклонения в меридиональной плоскости будет следующим:

$$\delta_{\Sigma} = \delta_{\Sigma_0} \cos \varphi = 2(n-1)\theta \cos \varphi; \quad \delta_{\Sigma_0} = \delta_1 + \delta_2,$$

где  $\delta_1$  и  $\delta_2$  — углы отклонения луча каждым клином.

Поступательно перемещающийся клин, используемый для компенсации и измерения малых линейных величин, является менее точным, чем пара вращающихся клиньев. Однако поступательно перемещающийся клин в отличие от вращающихся можно использовать в сходящихся пучках лучей.

Клинья применяются для компенсации сдвига изображения, измерения малых линейных или угловых

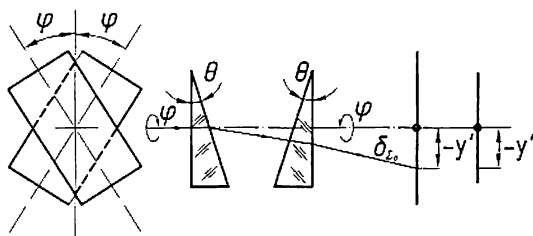


Рис. 2.21. Вращение двух одинаковых клиньев в противоположные стороны.

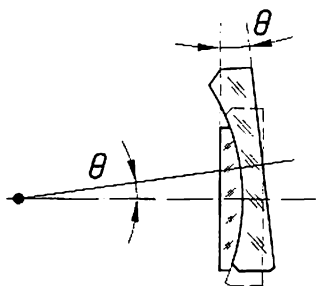


Рис. 2.22. Клин с переменным преломляющим углом.

смещений, повышения точности наведения в зеркальных фотоаппаратах, сканирования пространства предметов и т. д.

Клин с переменным преломляющим углом  $\Theta$  (рис. 2.22) может быть выполнен из двух линз: плосковыпуклой и вогнуто-плоской, составляющих плоскопараллельную пластину и подвижно соединенных так, как это показано на рис. 2.22.

Клин, как и призма, имеет дисперсию, поэтому одиночный клин в воздухе окрашивает изображение. Значение хроматической aberrации (см. 5.4), вносимое клином, определяется по формуле  $\Delta\delta = \Theta\Delta n$ , где  $\Delta\delta = \delta_F - \delta_C$  — хроматизм положения в угловой мере;  $\Delta n = n_F - n_C$  — средняя дисперсия. Если хроматизм клина будет недопустимо большим, то его ахроматизируют, т. е. делают составным из двух клиньев (рис. 2.23), и определяют углы  $\Theta_1$  и  $\Theta_2$  так, чтобы отклонения  $\delta_F$  и  $\delta_C$  были одинаковыми. То есть углы  $\Theta_1$  и  $\Theta_2$  определяют по формулам:

$$\Theta_1 = \frac{\delta \cdot v_1}{(n_1 - 1)(v_1 - v_2)}; \quad \Theta_2 = \frac{-\delta \cdot v_2}{(n_2 - 1)(v_1 - v_2)},$$

где  $\Theta_1$  и  $\Theta_2$  — углы клиньев, образующих ахроматический клин;  $\delta$  — угол отклонения луча одиночным неахроматическим клином;

$v_{1,2} = v_e = \frac{n_e - 1}{n_F - n_C}$  — коэффициент дисперсии. В ахроматизированном клине вторичный спектр равен  $\delta_F - \delta_C = \frac{\delta(\psi_1 - \psi_2)}{v_1 - v_2}$ , где

$\psi_{1,2} = \frac{n_F - n_C}{n_F - n_C}$  — частная относительная дисперсия. Ахроматический клин склеивают из двух простых клиньев, изготовленных из крона и флинта, ориентированных в разные стороны.

Точность угла отклонения такого клина достигается разворотом клиньев при склейке.

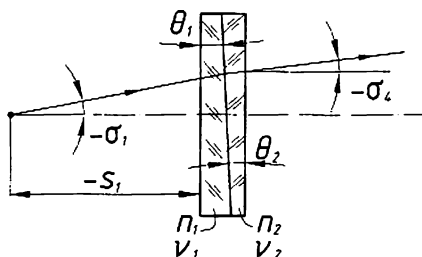


Рис. 2.23. Ахроматический клин.

### 2.3.5. Зеркала

**Зеркало** — оптическая деталь, имеющая гладкую полированную поверхность правильной формы с отражающим покрытием, способную отражать падающий на нее пучок лучей и создавать изображение предметов.

По форме различают **плоские, сферические** (рис. 2.24, а, б) и **асферические зеркала**. Все зеркала отличаются высокой отражательной способностью.

Примечание: на рис.2.24 зеркала показаны вместе с основанием (подложкой), на которое наносится покрытие. При построении изображений допускается показывать только поверхность (рис. 2.25, а, б) со штриховкой. Штриховка под углом  $45^\circ$  означает отражающее покрытие.

**Плоское зеркало** (рис.2.24, а) представляет собой простейшую оптическую систему. Это единственная система, являющаяся идеальной. Плоские зеркала применяются для изменения направления оптической оси, оборачивания изображения, подсветки и т. п.

Луч 1, параллельный оптической оси (рис.2.24, а), падает по нормали к зеркалу и возвращается обратно по тому же направлению. Подобно плоскопараллельной пластине, плоское зеркало — афокальная система,  $\Phi = 0$ .

**Сферические** (или асферические) **зеркала** могут быть вогнутыми или выпуклыми (рис.2.24, б). Основной характеристикой сферического зеркала, как и линзы, является оптическая сила  $\Phi$ . Для

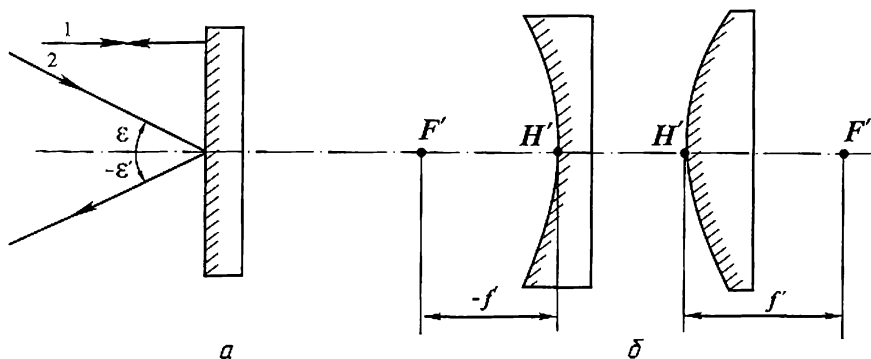


Рис. 2.24. Зеркала: а) плоское зеркало; б) вогнутое и выпуклое сферические зеркала.

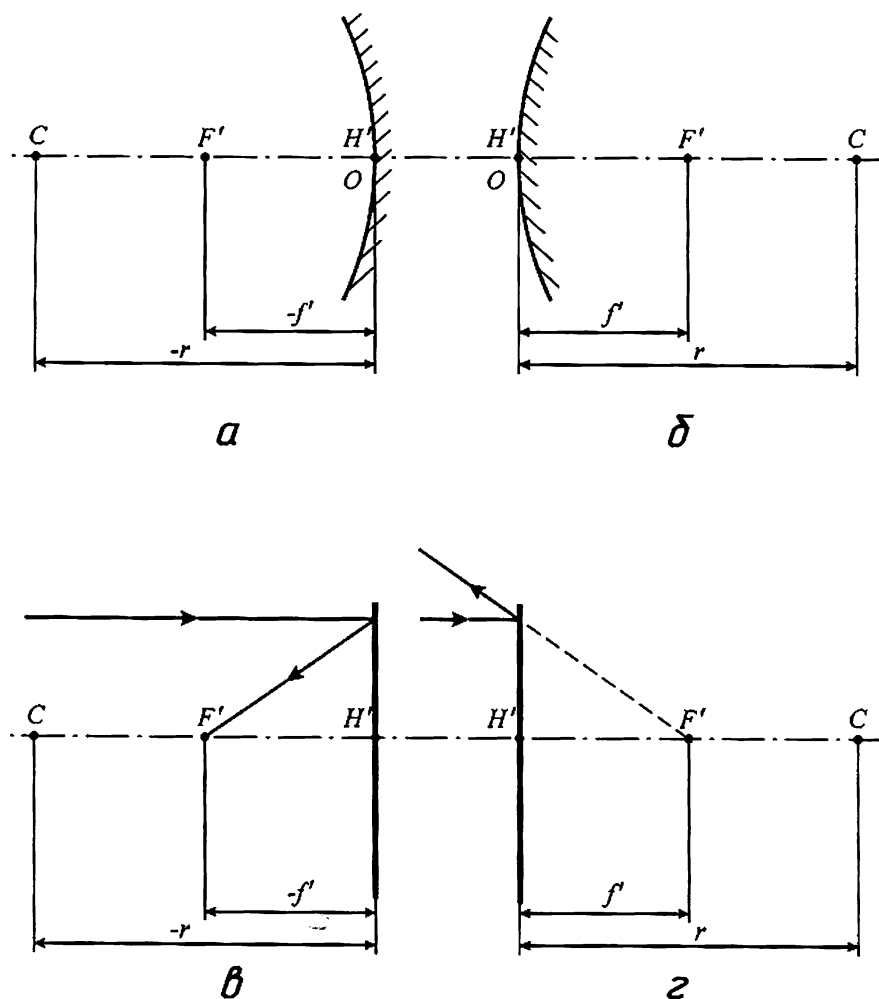


Рис. 2.25. Сферические зеркала: а) вогнутое сферическое зеркало; б) выпуклое сферическое зеркало; в) идеальное вогнутое сферическое зеркало (заменено главной плоскостью); г) идеальное выпуклое сферическое зеркало (заменено главной плоскостью).

сферических зеркал  $f' = r/2$  (Рис. 2.25, а, б). В отличие от линз для зеркала есть понятия только задних кардинальных элементов  $H'$ ,  $N'$ ,  $F'$ ,  $f'$ , так как для отражающих поверхностей луч не может идти справа-налево (в обратном ходе). Оптическая ось сфериче-

ского зеркала проходит через центр (т.С) кривизны зеркала. Для вогнутого зеркала в воздухе  $n_1 = 1$ , а  $n'_1 = -1$ , поэтому  $\Phi = n'_1/f \equiv -1/f > 0$ , так как  $f < 0$ , а для выпуклого зеркала  $\Phi = -1/f' < 0$ , так как  $f' > 0$ , т. е. вогнутое зеркало по своему действию подобно положительной линзе, а выпуклое — отрицательной. Сферические (асферические) зеркала применяются самостоятельно, образуя оптическую систему, или входят в состав зеркальных или зеркально-линзовых систем разного назначения. Самым известным применением этих зеркал являются астрономические телескопы. В некоторых расчетах сферическое (асферическое) зеркало принимают за идеальную систему. В этом случае зеркало заменяют главной плоскостью (рис.2.25 в,з), и луч отражается не от поверхности, а от главной плоскости  $H'$ .

## 2.4. Построение изображений точки на оси и вне оси с помощью свойств кардинальных точек

Все известные способы построения изображений в идеальных оптических системах используют свойства фокальных плоскостей и кардинальных точек (рис.2.26), а именно:

1. После преломления на тонкой линзе (рис.2.26) (или тонком компоненте) пучок параллельных лучей собирается в задней фокальной плоскости (в т. $F'$  или т. $K'$ ).

Тогда для построения хода произвольного луча  $AM$  в тонкой положительной линзе (рис.2.27, 2.28) необходимо провести вспомогательные лучи (на рис.2.27 они показаны пунктирной линией): либо луч  $FQ$  параллельно падающему лучу  $AM$  через передний фокус (т. $F$ ) линзы (рис.2.27, а), либо луч  $KN$  через узловые точки  $NN'$ , совпадающие с главными точ-

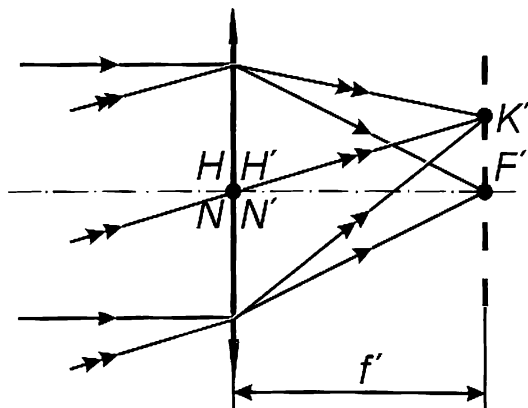


Рис. 2.26. Построение изображения точки вне оси в бесконечности.

ками  $HH'$  для линзы в воздухе, параллельно лучу  $AM$ . Направление вспомогательных лучей  $FQ$  (рис.2.27, а) или  $KN$  (рис.2.27, б) после преломления известно, а значит известна точка  $K'$ , лежащая в задней фокальной плоскости линзы — точка, в которой должны пересекаться все параллельные между собой лучи пространства предметов. Чтобы провести преломленный луч  $MA'$ , достаточно соединить точку  $M$  с точкой  $K'$  и найти точку пересечения преломленного луча с оптической осью (т.А').

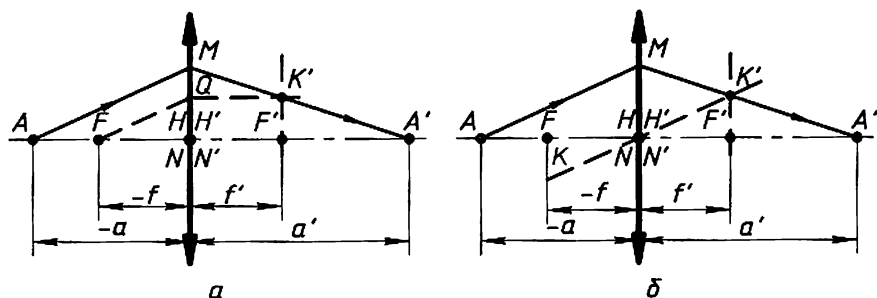


Рис. 2.27. Способы построения хода произвольного луча  $AM$ .

2. Все лучи, вышедшие из точки  $K$ , лежащей в передней фокальной плоскости линзы (рис.2.28, а, б), после преломления идут параллельно друг другу. Преломленный луч  $MA'$  пойдет параллельно вспомогательному лучу (пунктирная линия. Рис.2.28, а, б).

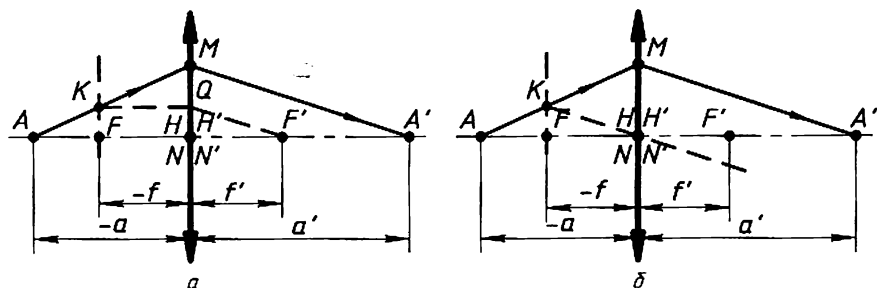


Рис. 2.28. Способы построения хода произвольного луча  $AM$ .

Выполним аналогичные построения точки  $A$  на оси в отрицательной тонкой линзе (рис.2.29), идеальном сферическом вогнутом (рис.2.30) и выпуклом (рис.2.31) зеркалах.

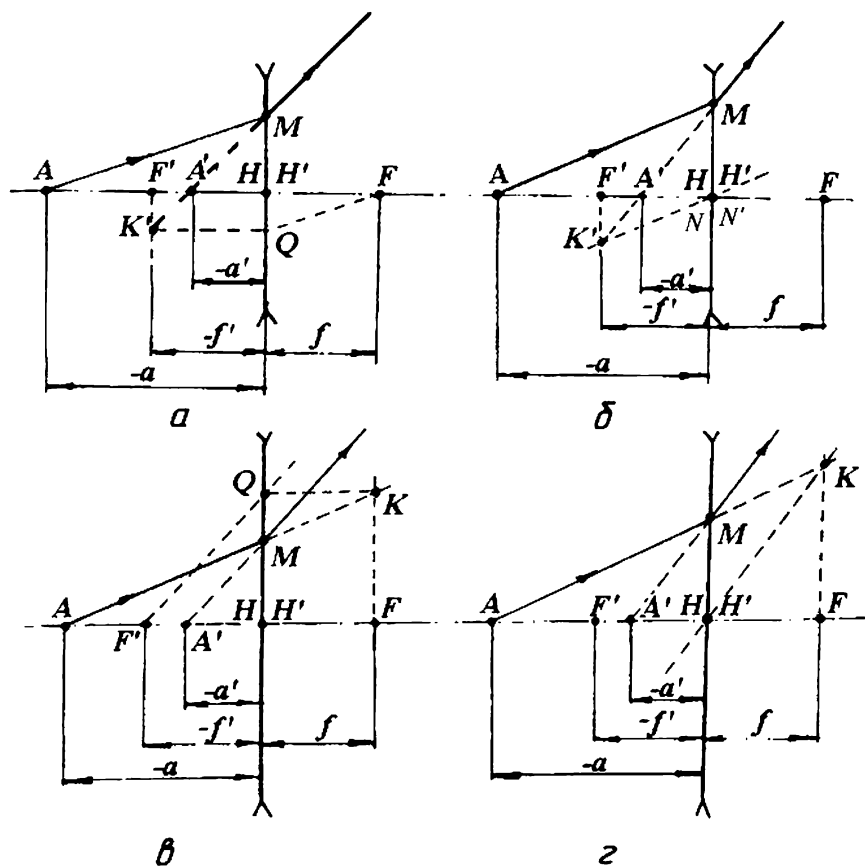


Рис. 2.29. Построение изображения точки  $A$  на оси в отрицательной линзе.

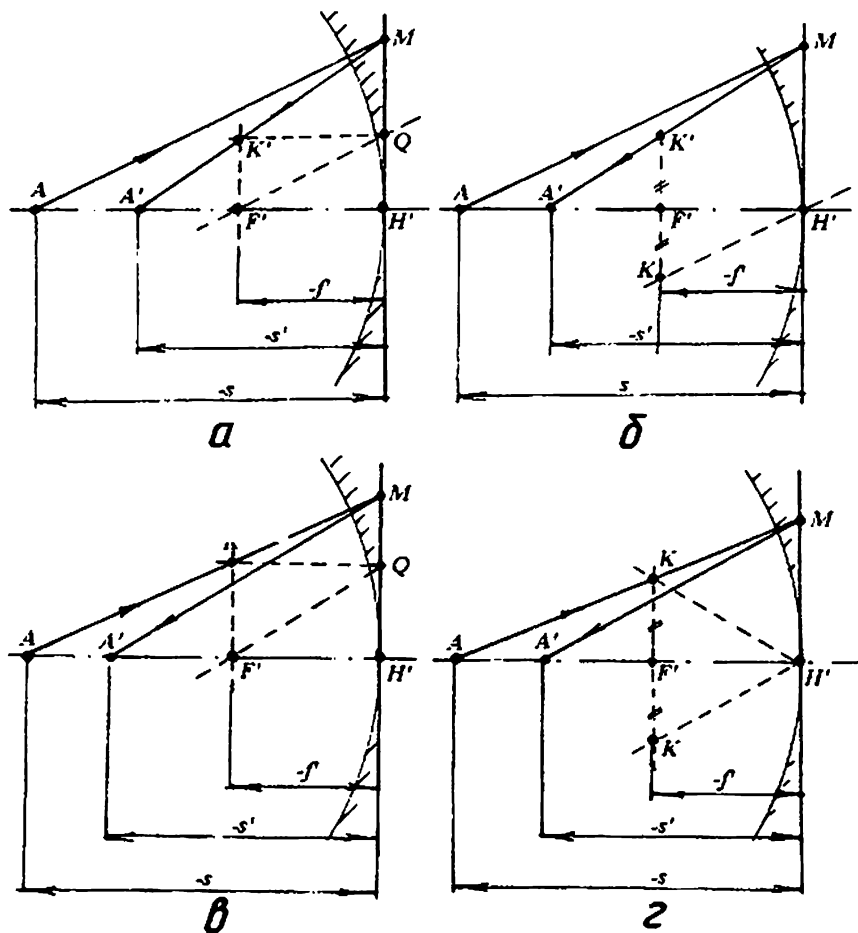


Рис. 2.30. Построение изображения точки *A* на оси в вогнутом сферическом зеркале.



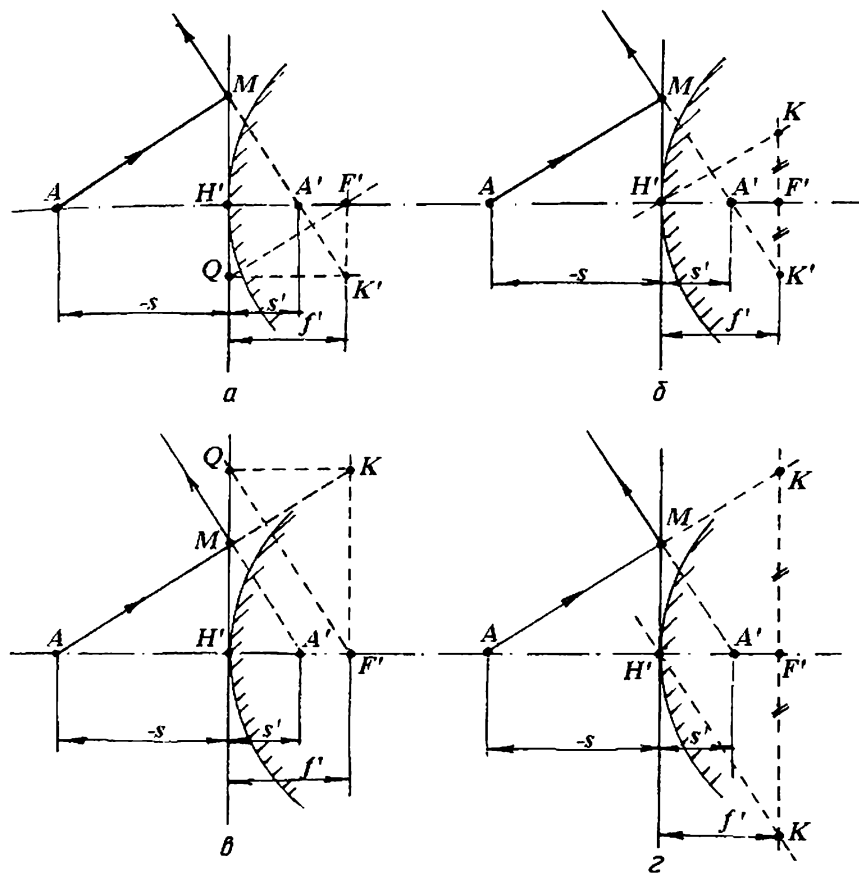
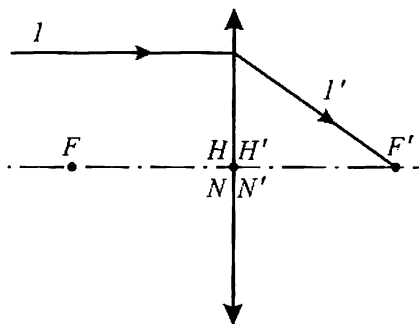


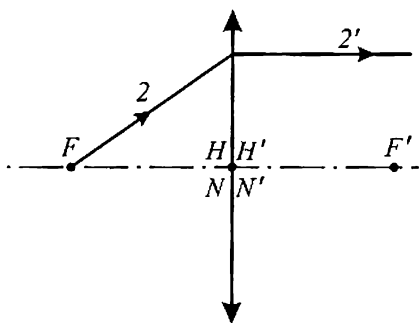
Рис. 2.31. Построение изображения точка *A* на оси в выпуклом сферическом зеркале.

Если необходимо построить изображение предмета  $AB = y$ , перпендикулярного к оптической оси, то построение выполняется при помощи лучей, ход которых после преломления в оптической системе заранее известен. К таким лучам относятся:

1. Луч 1, идущий в пространстве предметов параллельно оптической оси. После преломления он всегда пойдёт в задний фокус ( $m.F'$ ).



2. Наклонный луч 2, проходящий в пространстве предметов через передний фокус ( $m.F$ ). После преломления луч  $2'$  выйдет параллельно оптической оси.



3. Наклонный луч 3, проведённый через переднюю узловую точку ( $m.N$ ), совпадающую для системы в воздухе с  $m.H$ , после преломления пойдёт по тому же пути  $3'$ .

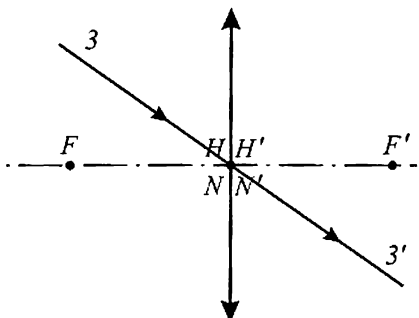


Рис. 2.32. Лучи, используемые при построении изображения.

Для построения изображения отрезка  $AB$  (рис.2.33) можно:

1. Найти изображение точки  $B$  вне оси (т. $B'$ ), а затем опустить из точки  $B'$  перпендикуляр на оптическую ось и найти точку  $A'$  (рис.2.33, а, б);

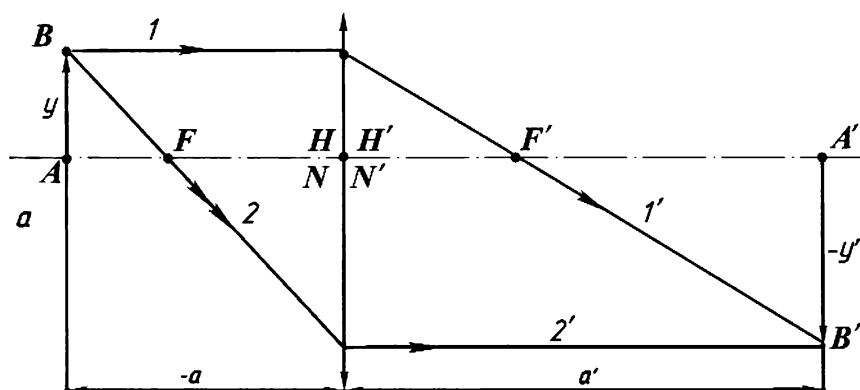


Рис. 2.33. а — построение изображения отрезка  $AB$  перпендикулярного оптической оси.

Для этого надо из точки  $B$  вне оси (рис.2.33, а) провести два луча: луч 1 параллельно оптической оси и луч 2 — через передний фокус линзы (т. $F$ ). Луч 1', сопряженный с лучом 1, в пространстве изображений пройдет через задний фокус (т. $F'$ ), а луч 2', сопряженный с лучом 2, пойдет в пространстве изображений параллельно оптической оси. Точка пересечения лучей 1' и 2' (т. $B'$ ) и есть изображение точки  $B$ . Из точки  $B'$  опустим перпендикуляр на оптическую ось. Там, где перпендикуляр пересечет оптическую ось (т. $A'$ ), там и будет изображение точки  $A$ ; или можно из точки вне оси (т. $B$ ) провести два луча (рис.2.28,б): луч 1, параллельный оптической оси, и луч 2, проходящий через узловые точки  $NN'$ , совпадающие для систем в воздухе с точками  $H, H'$ .

Луч 1',сопряженный с лучом 1, в пространстве изображений пройдет через задний фокус (т. $F'$ ), а луч 2', сопряженный лучу 2, пройдет линзу, не преломляясь. Там, где эти лучи после преломления пересекутся, будет изображение точки  $B$  — точка  $B'$ . Опустив перпендикуляр из точки  $B'$  на оптическую ось, найдем положение точки  $A'$

2. Найти изображение точки  $A$  на оси (т. $A'$ ) (рис.2.33, в), потом

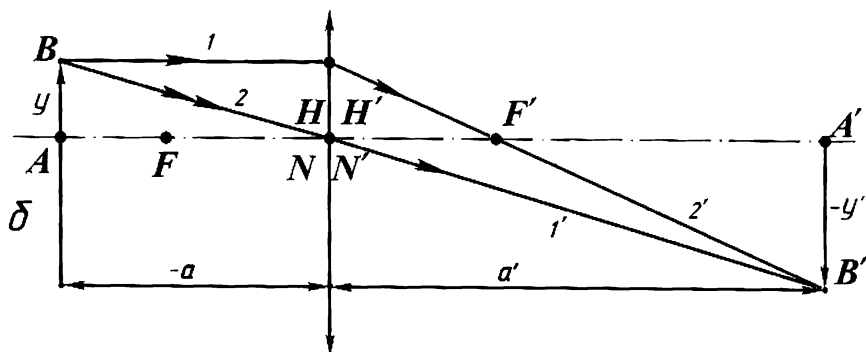


Рис. 2.33. б — построение изображения отрезка  $AB$ , перпендикулярного оптической оси.

построить луч 1 из точки вне оси. Затем в точке  $A'$  восстановить перпендикуляр, и там, где этот перпендикуляр пересечет луч  $1'$ , вышедший из системы, найти изображение точки  $A$  на оси (т.  $A'$ ) (рис. 2.33, в), тогда  $A'B' = y'$  будет изображением предмета  $AB$ .

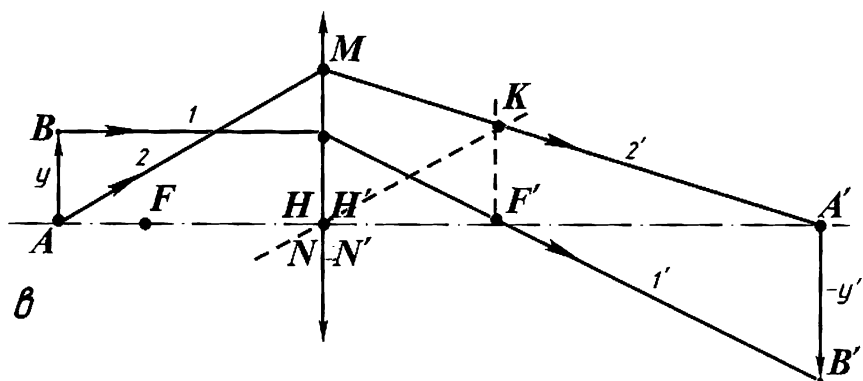


Рис. 2.33. в — построение изображения отрезка  $AB$ , перпендикулярного оптической оси, в положительной линзе.

Аналогичные построения предмета  $AB = y$  выполнены (рис. 2.34) для тонкой отрицательной линзы ( $f' < 0$ ).

При дальнейших построениях изображений в тонких линзах будем полагать, что они находятся в одной среде (например, в воздухе), поэтому точки  $H, H', N, N'$  совпадают. На рисунках бу-

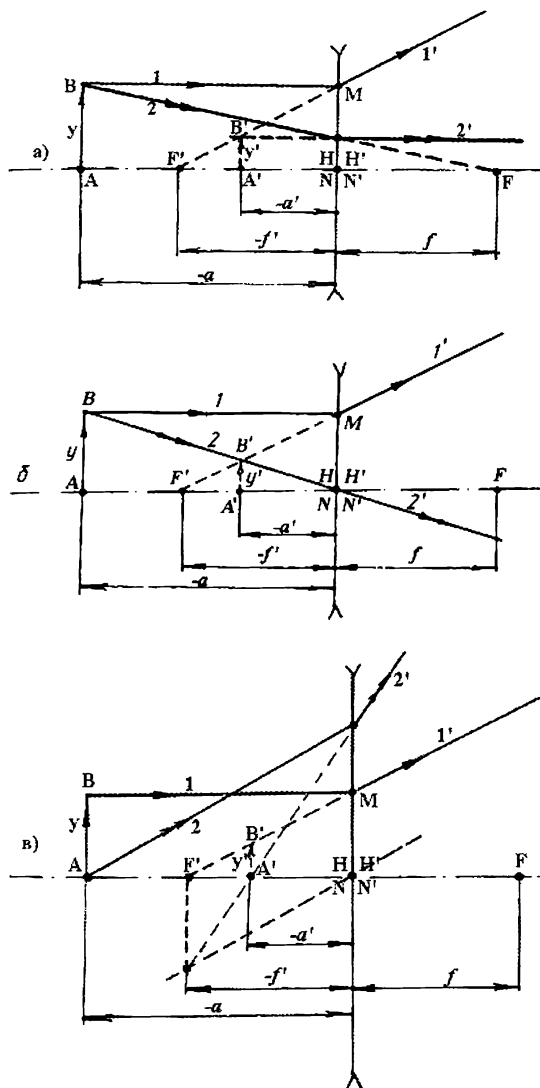


Рис. 2.34. Построение изображения отрезка  $AB$ , перпендикулярного оптической оси, в тонкой отрицательной линзе.

дем указывать только точки  $H$ ,  $H'$ , и луч, идущий через точки  $H$ ,  $H'$ , преломляться не будет.

Покажем, как меняется размер изображения предмета  $AB = y$  при различных его положениях относительно тонкой линзы в воздухе. Положение предмета и его изображения до и после линзы обозначим через  $a$  и  $a'$  соответственно.

Линза положительная ( $f' > 0$ ),  $n = n' = 1$  (рис.2.35):

Предмет  $AB$  находится:

а) между передним фокусом и линзой ( $a < f$ ). Изображение  $S' A'B' = y'$  — прямое, увеличенное, мнимое (рис.2.35, а).

б) в переднем фокусе линзы (т.  $F$ ) ( $a = f$ ). Изображение  $A'B' = y'$  предмета получается в бесконечности (рис.2.35 б).

в) на расстоянии  $a$  ( $f < a < 2f$ ). Изображение — перевернутое, увеличенное, действительное (рис.2.35, в).

г) на двойном фокусном расстоянии ( $a = 2f$ ). Изображе-

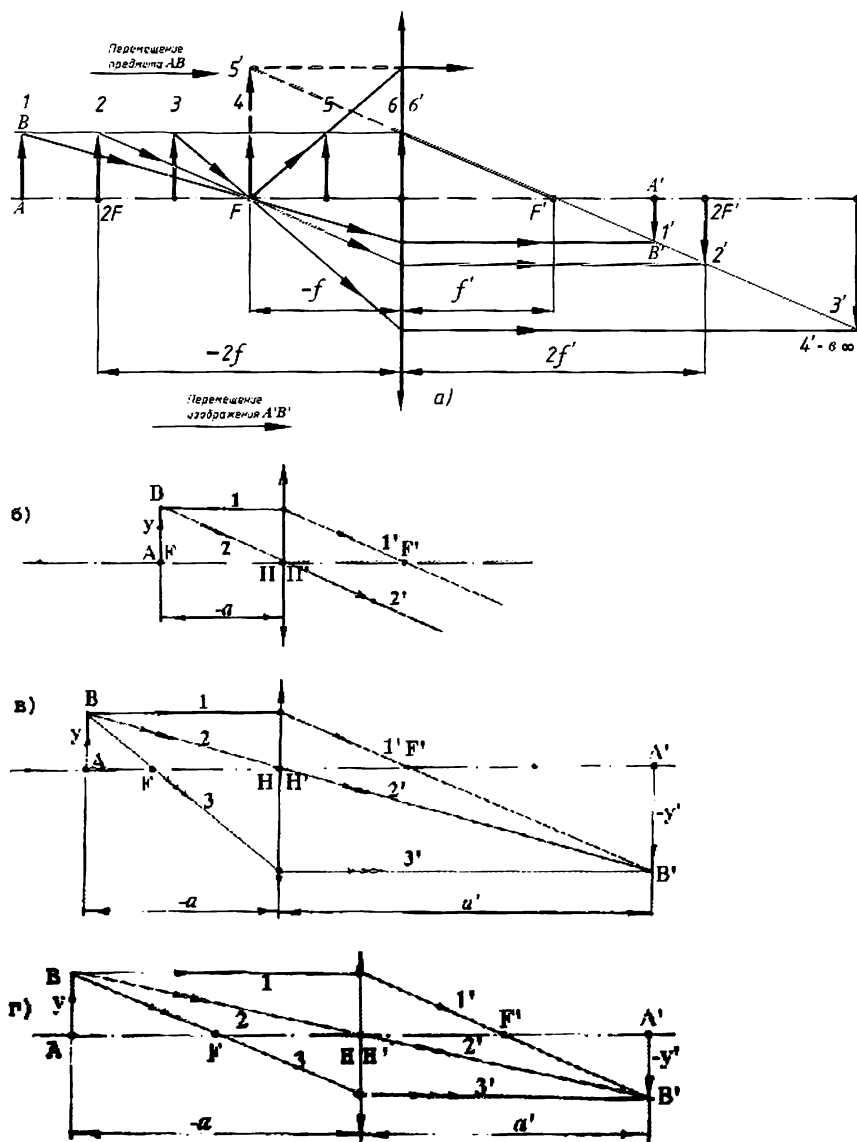


Рис. 2.35. Построение изображения предмета AB при различных положениях относительно фокусов в положительной линзе.

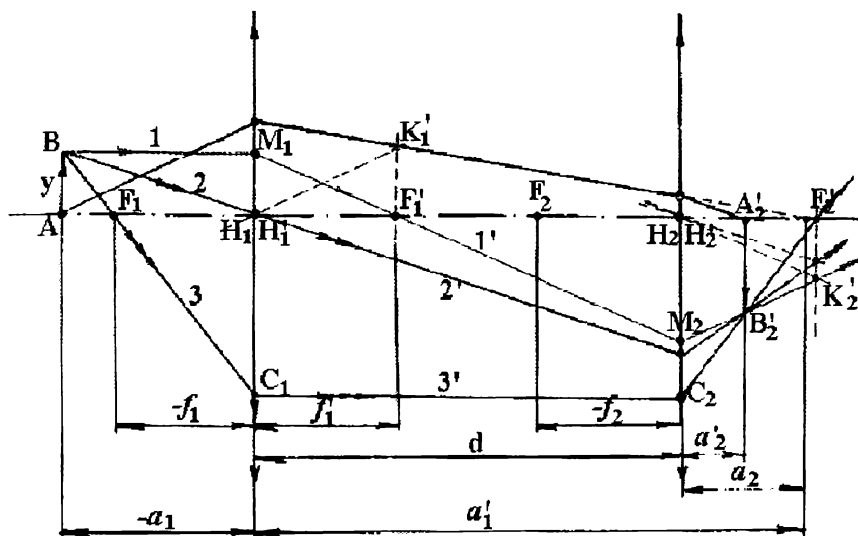


Рис. 2.36. Построение изображения предмета  $AB$  в системе из двух тонких линз (компонентов).

ние — перевернутое, равное предмету, действительное (рис. 2.35, г).

В системе из двух тонких линз (рис. 2.36) (или двух тонких компонентов) построение изображения предмета  $AB = y$  выполняют следующим образом:

Из точки  $B$  предмета  $AB$  вне оси проведем два луча: луч  $BM_1$  параллельно оптической оси и луч  $BC_1$  через передний фокус первой линзы (т. $F_1$ ). После преломления на первой линзе луч  $BM_1$  пройдет через задний фокус (т. $F_1'$ ) до пересечения со второй тонкой линзой (т. $M_2$ ). Чтобы построить ход преломленного луча через 2-ю линзу, выполним дополнительные построения: проведем (пунктирная линия) через главные точки 2-й линзы вспомогательный луч, параллельный лучу  $M_1M_2$  и найдем его пересечение с задней фокальной плоскостью (т. $K_2'$ ). Соединим т. $M_2$  и т. $K_2'$ , тогда  $M_2K_2'$  — направление преломленного луча после второй линзы.

Второй луч из точки  $B$  — луч  $BC_1$ , проходящий через передний фокус первой линзы (т. $F_1$ ), после преломления на первой линзе пойдет параллельно оптической оси до точки  $C_2$  на второй линзе, и так как этот луч на линзу 2 приходит параллельно оптической

оси, то после преломления на этой линзе он пойдет в задний фокус линзы (т.  $F'_2$ ). В том месте (т.  $B'_2$ ), где эти два луча после второй линзы пересекутся, ( $B'_2$ ), будет находиться изображение точки В. Положение и величину изображения  $A'_2B'_2 = y'_2$  предмета  $AB = y$  получим, опустив из точки  $B'_2$  перпендикуляр на оптическую ось. Для контроля построения проведем ход третьего луча — луча 2.

## 2.5. Основные формулы для сопряженных точек и отрезков

Положения сопряженных точек (т.  $A$  и т.  $A'$ ) определяются либо отрезками  $z$  и  $z'$ , которые отсчитываются от фокусов  $F, F'$  соответственно, либо отрезками  $a, a'$  (ГОСТ 7427-76), которые отсчитываются от главных точек  $H, H'$  тонкой линзы (или компонента) (рис.2.37). Для линзы в воздухе —  $f = f'$ .

В соответствии с рис.2.37 из подобия треугольников  $ABF, FOD$  и треугольников  $MOF', F'A'B'$  запишем:

$$-y'/y = -f/(-z), \quad (2.2)$$

$$-y'/y = z'/f'. \quad (2.3)$$

Приравняв правые части уравнений (2.2), (2.3), получим:  
 $f/z = z'/f'$  или

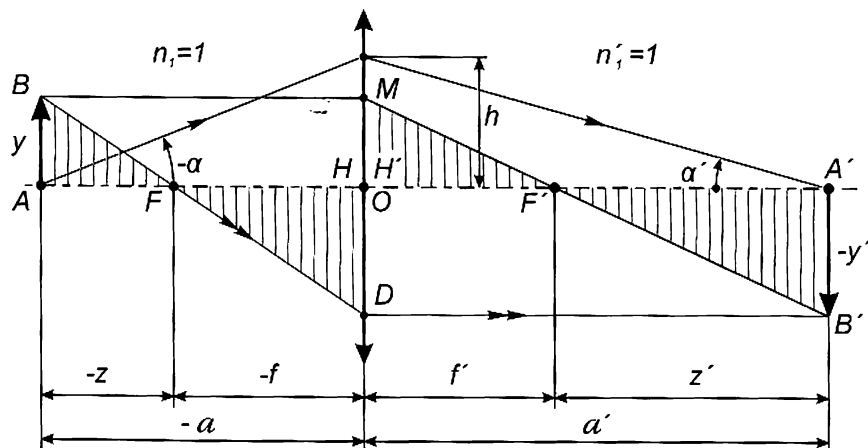


Рис. 2.37. Сопряженные точки и отрезки.



$$z z' = f f' \quad (2.4)$$

Выражение (2.4) называется **формулой Ньютона**. При  $-f = f'$  формула (2.4) примет вид:  $z z' = -f'^2$ .

В соответствии с рис.2.37  $z = a - f$ ,  $z' = a' - f'$ , и тогда, подставив значения  $z$  и  $z'$  в формулу (2.4), имеем  $(a - f)(a' - f') = f f'$ .

После преобразований получим:

$f'/a' + f/a = 1$  или, если  $-f = f'$ , то можно записать формулу в виде:

$$1/a - 1/a' = 1/f' \quad (2.5)$$

Формула (2.5) — **формула Гаусса** или формула в отрезках вдоль оптической оси.

Зная  $f'$  линзы и положение предмета — отрезок  $a$ , можно найти по формуле Гаусса положение изображения

$$a' = a f' / (a + f') \quad (2.6)$$

Умножив правую и левую часть равенства (2.5) на высоту  $h$   $h/a' - h/a = h/f'$  и учитывая, что  $\text{tg}\alpha' = h/a'$ ,  $\text{tg}\alpha = h/a$ , получим **формулу произвольных тангенсов** (или формулу Гаусса в углах) для определения угловых координат преломленного луча

$$\text{tg}\alpha' - \text{tg}\alpha = h/f' \quad (2.7)$$

Если оптическая система состоит из двух и более тонких линз (тонких компонентов), расположенных в воздухе на некоторых расстояниях  $d_1, d_2, \dots$  друг от друга, то, записывая последовательно формулу Гаусса (2.5), или формулу Ньютона (2.4), или формулу (2.7) произвольных тангенсов, можно всегда получить линейные или угловые координаты преломленных лучей.

Найдем по приведенным выше формулам положение изображения (отрезок  $a'_2$ ) в оптической системе (рис.2.38), состоящей из двух тонких линз (компонентов) в воздухе с фокусными расстояниями  $f_1' = 50$  мм,  $f_2' = 30$  мм. Расстояние между линзами (компонентами)  $d_1 = 90$  мм. Предмет  $A_1B_1 = y = 10$  мм расположен на расстоянии  $a_1 = -70$  мм от первой тонкой линзы.

Вычисления всегда сопровождаются графическим построением

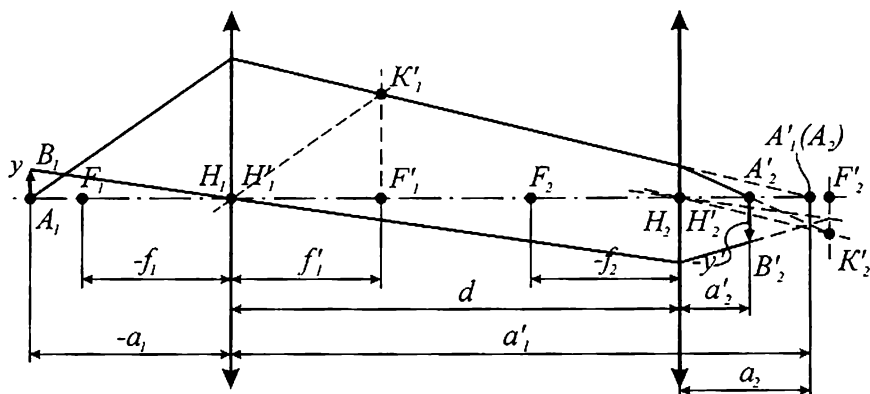


Рис. 2.38. Построение изображения предмета  $A_1B_1$  в системе из двух компонентов.

ем. Результаты графических построений и вычислений должны совпадать.

Решим задачу с применением формулы Гаусса (2.5).

Запишем формулу Гаусса (2.5) для первого компонента (линзы):

$$1/a'_1 - 1/a_1 = 1/f'_1.$$

Найдем положение изображения точки  $A_1$  (т. $A'_1$ ) после первой линзы — отрезок  $a'_1$

$$a'_1 = af'_1 / (a_1 + f'_1) = (-70)50/(-70 + 50) = 175 \text{ мм.}$$

На расстоянии  $d = 90$  мм расположен второй компонент с  $f'_2 = 30$  мм. Чтобы найти положение изображения точки  $A_1$  через второй компонент (т. $A'_2$ ), необходимо найти положение предмета (т. $A_2$ ) для второго компонента. Так как точка  $A'_1$  — изображение точки  $A_1$  через первый компонент, то точка  $A'_1$  является предметом для второго компонента и, в соответствии с рис.2.38, можно записать:

$$a_2 = a'_1 - d = 175 - 90 = 85 \text{ мм.}$$

Тогда, используя формулу Гаусса для второй линзы, найдем:

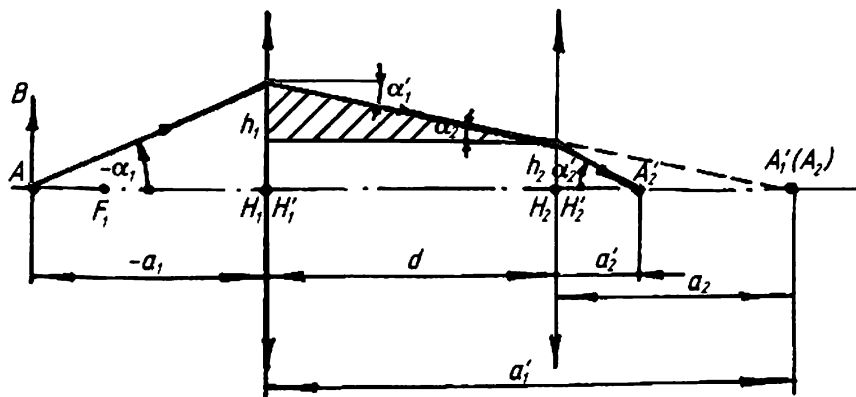


Рис. 2.39. Расчет хода луча по формулам произвольных тангенсов.

$$a_2' = a_2 f_2' / (a_2 + f_2') = 85 \cdot 30 / (30 + 85) = 22,17 \text{ мм},$$

т. е. изображение предмета находится на расстоянии  $a_2' = 22,2$  мм от второго компонента.

Решим задачу, используя формулу (2.7) произвольных тангенсов, последовательно применяя ее для каждой тонкой линзы (рис.2.39) и формулу перехода для высот.

Для простоты расчетов символ  $\text{tg}$  в формуле (2.7) можно опустить и угол  $\alpha$  задавать не в градусах, а в отвлеченных единицах. Это намного упрощает расчет, а результат получаем тот же, как и при вычислении через  $\text{tg}\alpha$ , задавая угол в градусах.

Пусть  $\alpha_1 = -1$ , тогда в соответствии с рис.2.39

$$h_1 = a_1 \alpha_1 = (-70)(-1) = 70.$$

Запишем формулу произвольных тангенсов для 1-го компонента:

$$\begin{aligned} \alpha_1' - \alpha_1 &= h_1 / f_1', \text{ тогда} \\ \alpha_2 = \alpha_1' &= \alpha_1 + h_1 / f_1' = (-1) + 70/50 = 0,4. \end{aligned}$$

Из заштрихованного на рис.2.39 треугольника найдем

$$h_2 = h_1 - d \alpha_2 = 70 - 90 \cdot (0,4) = 34$$

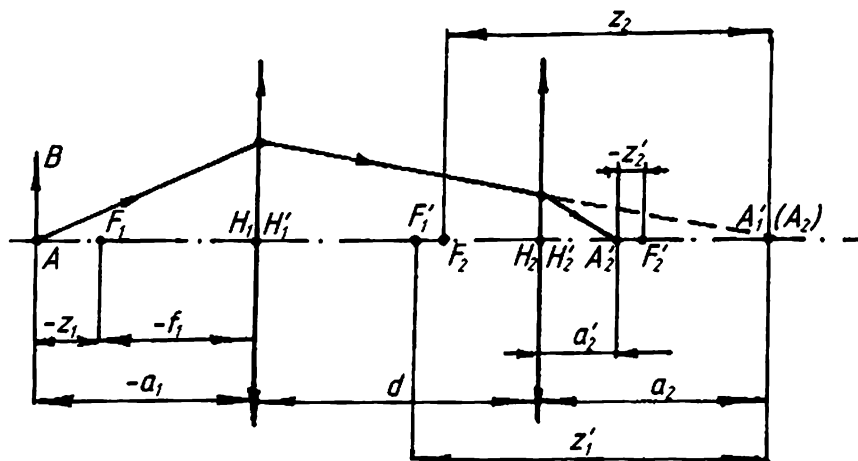


Рис. 2.40. Определение положения изображения по формуле Ньютона.

и вычислим по формулам произвольных тангенсов значение угла  $\alpha'_2$  после второго компонента (линзы)

$$\alpha_3 = \alpha'_2 = \alpha_2 + h_2/f'_2 = 0,4 + 34/30 = 1,533(3).$$

По высоте  $h_2$  и углу  $\alpha_3 = \alpha'_2$  найдем отрезок  $a'_2$ , определяющий положение изображения

$$a'_2 = h_2 / \alpha'_2 = 34/1.533(3) = 22,17 \text{ мм.}$$

Решим эту же задачу с применением формулы (2.4) Ньютона (рис. 2.40).

Найдем отрезок  $z_1 = a_1 - f_1 = -70 - (-50) = -20$ . Используя формулу Ньютона для первой линзы  $z_1 z'_1 = -f_1'^2$ , найдем отрезок  $z'_1 = -f_1'^2 / z_1 = -(50)^2 / (-20) = 125$ , определяющий положение изображения (т.  $A'_1$ ) относительно заднего фокуса первой линзы (т.  $F'_1$ ).

В соответствии с рис.2.40 запишем, что

$$z_2 = z'_1 + f'_1 - d + f'_2 = 125 + 50 - 90 + 30 = 115.$$

Используя формулу Ньютона для второй линзы  $z_2 z'_2 = -f_2'^2$ , найдем отрезок  $z'_2 = -f_2'^2 / z_2 = -(30)^2 / 115 = -7,87$ , определяю-

щий положение изображения (т.  $A'_2$ ) относительно заднего фокуса (т.  $F'_2$ ) второй линзы.

Отрезок  $a'_2$ , определяющий положение изображения (т.  $A'_2$ ) относительно второй линзы, можно определить по формуле

$$a'_2 = f'_2 + z'_2 = 30 - 7,87 = 22,17.$$

Однако формулой Ньютона при определении положения изображения пользуются редко.

## 2.6. Увеличения идеальной оптической системы

В геометрической оптике различают линейное ( $\beta$ ), угловое ( $\gamma$ ), продольное ( $\alpha$ ) и видимое ( $\Gamma$ ) увеличения.

**Линейное увеличение**  $\beta$  — это отношение величины изображения  $y'$  к величине предмета  $y$  (рис. 2.41), при этом отрезки  $y$  и  $y'$  лежат в сопряженных плоскостях, перпендикулярных оптической оси:  $\beta = y'/y$ .

Для одной тонкой линзы в однородной среде линейное увеличение можно выразить через координаты сопряженных точек:

$$\beta = -f/z = -z'/f' = a'/a.$$

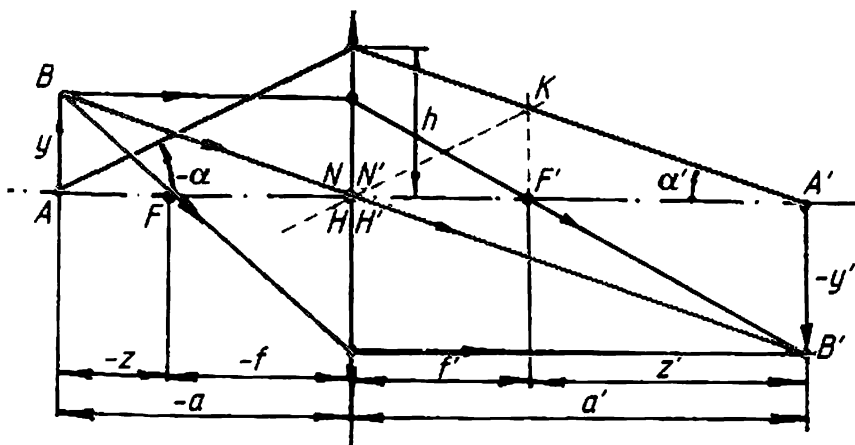


Рис. 2.41. Определение линейного и углового увеличений.

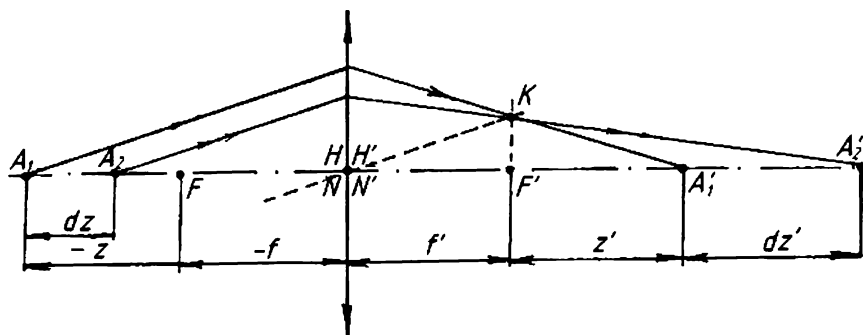


Рис. 2.42. Определение продольного увеличения.

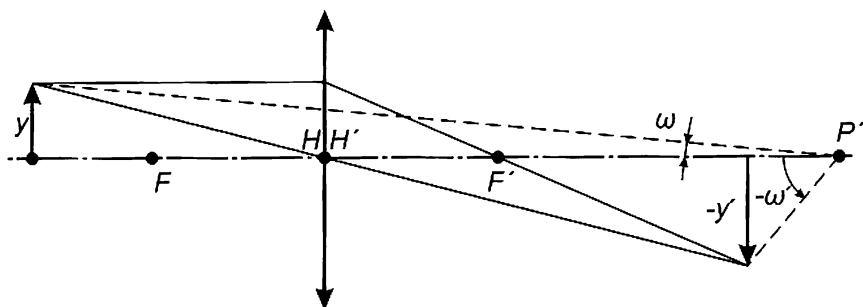


Рис. 2.43. Определение видимого увеличения.

Общее увеличение системы из "р" тонких линз равно:

$$\beta = (a_1'/a_1)(a_2'/a_2)...(a_p'/a_p) = \beta_1\beta_2...\beta_p.$$

**Угловым увеличением**  $\gamma$  называется отношение тангенсов углов между оптической осью и сопряженными лучами в пространствах изображений и предметов соответственно (рис.2.41):

$$\gamma = \text{tg}\alpha' / \text{tg}\alpha, \text{ а так как } \text{tg}\alpha = h/a; \text{tg}\alpha' = h/a',$$

то  $\gamma = a'/a$  и принимая во внимание, что

$$a' / a = f' / z = z' / f$$

найдем

$$\gamma = a / a' = z / f' = f / z'.$$

Для линзы в однородной среде:  $\gamma = 1/\beta$ .

**Узловые точки** — это сопряженные точки, в которых угловое увеличение  $\gamma_N = 1$ . Для тонкой линзы в однородной среде узловые точки совпадают с главными, а луч, идущий через совмещенные главные точки, не преломляется (рис.2.5). Это свойство узловых точек используется для построения изображений.

**Продольным увеличением**  $\alpha$  называют отношение изображения бесконечно малого продольного отрезка  $dz'$  к длине этого отрезка  $dz$  (рис.2.42),  $\alpha = dz'/dz$

Дифференцируя формулу Ньютона(2.4) по  $z$  и  $z'$ , имеем  $zdz' + z'dz = 0$ , откуда  $\alpha = -z'/z$ .

Можно доказать, что продольное увеличение связано с линейным и угловым увеличениями следующими зависимостями:

$$\alpha = \beta^2 \text{ (для системы в однородной среде) и } \alpha \gamma = \beta.$$

**Видимым увеличением**  $\Gamma$  называется отношение тангенса угла  $\omega'$ , под которым глаз видит изображение  $y'$ , даваемое оптической системой, к тангенсу угла  $\omega$ , под которым глаз видит предмет  $y$  без системы (рис. 2.43);  $\Gamma = \tan \omega' / \tan \omega$ .

### 3. ОГРАНИЧЕНИЕ ПУЧКОВ ЛУЧЕЙ В ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

Пучки лучей, проходящие через оптическую систему, ограничены. Линзы, из которых состоит оптическая система, не могут быть бесконечно большого диаметра. Они заключены в оправу. Оправа является ограничителем. Чтобы ограничение пучков лучей не было бесконтрольным, в оптической системе устанавливаются специальные *диафрагмы*.

Диафрагма (от греч. diaphragma — перегородка) — светонепроницаемая деталь с отверстием, симметричным относительно оптической оси. Диафрагмы могут быть квадратными, прямоугольными, но чаще всего бывают круглыми. *Установка специальных диафрагм позволяет увидеть через оптическую систему нужный участок поля предмета без ограничений и помех, а также дает возможность создать освещенность изображения, достаточную для регистрации этого изображения глазом или приемником.*

#### 3.1. Виды диафрагм

В оптической системе для ограничения пучков лучей используются следующие диафрагмы:

*Апертурная диафрагма (АД)* — обеспечивает необходимую освещенность изображения. Название диафрагмы — от слова апертура (от лат. apertus — открытый, отверстие).

*Полевая диафрагма (ПД)* — позволяет выделить участок поля предмета (изображения).

*Виньетирующая диафрагма (ВД)* — участвует в ограничении внеосевых пучков лучей. Название диафрагмы — от фр. vignette — виньетирование, частичное сужение пучка лучей.

*Диафрагма для уменьшения рассеянного света (бленда)*. Рассеянный свет возникает из-за отражения лучей от преломляющих поверхностей, от оправ, в которые заключены линзы, и т. п. В результате в плоскости изображения появляется светлый фон, называемый посторонней засветкой, мешающей наблюдению или фиксации изображения.



### 3.1.1. Апертурная диафрагма

**Апертурная диафрагма** (рис.3.1) (от лат. *apertura* — отверстие) — диафрагма, ограничивающая пучок лучей, идущих из осевой точки предмета. На рис.3.1. показана апертурная диафрагма  $AD$ , расположенная перед тонким положительным компонентом (линзой) на расстоянии  $a_{AD} = a_p$  и выполнено построение изображения предмета  $AB$  лучами, проходящими через края и центр (т.  $P$ ) апертурной диафрагмы.

От размеров  $AD$  зависит освещенность изображения  $A'B'$ . Часто  $AD$  устанавливается внутри оптической системы между компонентами (линзами). Линзы, стоящие перед диафрагмой и после нее, изображают диафрагму как любой другой предмет. Из-за этого диаметр изображаемой диафрагмы отличается от диаметра  $AD$ , если смотреть на нее через стоящие перед ней линзы или через линзы, расположенные после нее (так и зрачки глаз кажутся большими или меньшими, если смотреть на них через очки). **Параксиальные (идеальные) изображения  $AD$  называют входным и выходным зрачками оптической системы.**

На рис. 3.2 показана оптическая система из двух положительных линз I и II, находящихся на расстоянии  $d$  друг от друга. Апертурная диафрагма  $AD$  расположена внутри системы. Отрезок  $a_{AD}$  показывает положение  $AD$  относительно первой линзы. Точки  $F_I, F'_I$  и  $F_{II}, F'_{II}$  — фокусы первой и второй линзы соответственно.

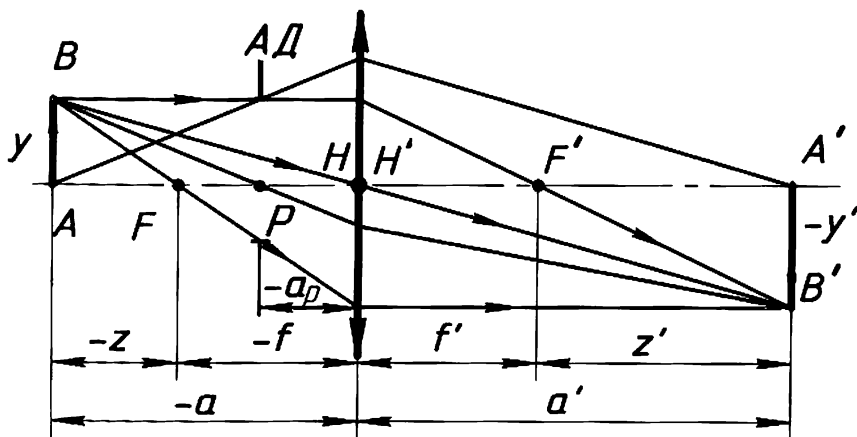


Рис. 3.1. Ограничение пучков лучей апертурной диафрагмой.

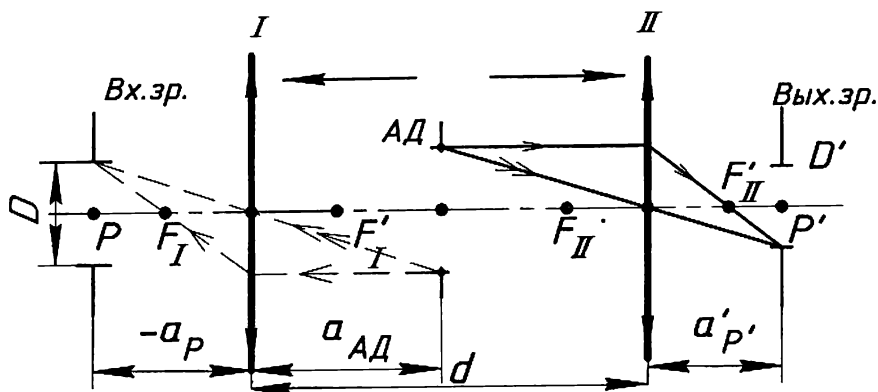


Рис. 3.2. Определение положения и диаметров входного и выходного зрачков.

Найдем положение и размеры входного и выходного зрачков.

**Входной зрачок (Вх.зр.)** — параксиальное (идеальное) изображение апертурной диафрагмы  $АД$  через впереди стоящие линзы. На рис. 3.2 выполнено построение изображения апертурной диафрагмы  $АД$  через линзу I в обратном ходе лучами, показанными на рис. 3.2 пунктиром с одной и двумя стрелками. Диаметр входного зрачка обозначается буквой  $D$ , положение входного зрачка относительно первой линзы — отрезком  $a_p$ ; точка  $P$  — точка пересечения плоскости входного зрачка с оптической осью называется осевой точкой входного зрачка.

**Выходной зрачок (Вых.зр.)** — параксиальное (идеальное) изображение апертурной диафрагмы  $АД$  через стоящие позади нее линзы. На рис.3.2 выполнено построение изображения апертурной диафрагмы  $АД$  через линзу II в прямом ходе лучами, показанными сплошными линиями с одной и двумя стрелками. Диаметр выходного зрачка обозначается как  $D'$ , положение относительно последней линзы — отрезком  $a'_p$ ; точка  $P'$  — точка пересечения плоскости выходного зрачка с оптической осью называется осевой точкой выходного зрачка.

Отверстие, через которое падающий свет поступает в оптическую систему, является входным зрачком, так как стоящая внутри апертурная диафрагма недоступна. Иногда входной зрачок называют входным отверстием системы.

Если оптическая система работает с бесконечно удаленным объектом, то используется не абсолютный, а относительный размер отверстия.

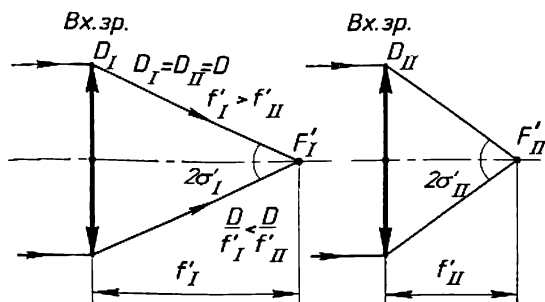


Рис. 3.3. Сравнение двух оптических систем по величине относительного отверстия.

**Относительное отверстие оптической системы** ( $D / f' = 1:K$ ) — это отношение диаметра  $D$  входного зрачка к фокусному расстоянию  $f'$ , где  $K$  — диафрагменное число. На рис.3.3. выполнено сравнение двух систем по величине относительного отверстия. У систем  $D_I =$

$D_{II}$ , но разные фокусные расстояния  $f'_I > f'_{II}$ , поэтому разные относительные отверстия, причем  $D_I/f'_I < D_{II}/f'_{II}$  и угловой размер  $2\sigma'_I$  пучка в системе I меньше, чем в системе II при одинаковом диаметре  $D$  входного зрачка.

Освещенность изображения, даваемого оптической системой, зависит от **геометрической светосилы** — относительного отверстия в квадрате  $(D/f')^2$ . Чем больше относительное отверстие, тем выше освещенность изображения.

Фокусное расстояние  $f'$  и относительное отверстие  $D/f'$  — одни из **основных характеристик** оптической системы, работающей с бесконечно удаленным предметом.

Если оптическая система работает с близкорасположенным предметом, то световое отверстие системы и освещенность изображения зависят от угла  $2\sigma_A$ , где угол  $\sigma_A$  называют **апертурным углом** в пространстве предметов.

**Апертурный угол**  $\sigma_A$  — угол между оптической осью и апертурным лучом в пространстве предметов.

**Апертурный луч** идет из осевой точки  $A$  предмета на край

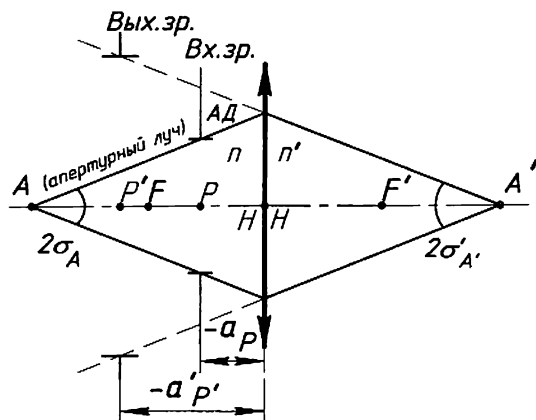


Рис. 3.4. Ход апертурного луча.

апертурной диафрагмы, совпадающей, с входным зрачком (Вх.зр.) системы, изображенной на рис.3.4. Апертурный луч или его продолжение проходит в пространстве изображений через край выходного зрачка (Вых.зр.), расположенного на расстоянии  $a'_p$ . Точки  $P$  и  $P'$  — центры (осевые точки) входного и выходного зрачков соответственно.

Угол  $\sigma'_A$  между оптической осью и апертурным лучом называется *апертурным углом в пространстве изображений*.

**Основными оптическими характеристиками** оптической системы, работающей с предметом на конечном расстоянии, являются **линейное увеличение**  $\beta$  и **числовая апертура**  $A = n_1 \cdot \sin \sigma_A$ , где  $n_1$  — показатель преломления среды в пространстве предметов.

### 3.1.2. Полевая диафрагма

**Полевая диафрагма (ПД)** устанавливается в плоскости предмета или действительного изображения (в том числе и промежуточного). Она ограничивает размеры наблюдаемого предмета и выделяет нужную часть поля из окружающего пространства. Диаметр полевой диафрагмы равен удвоенному размеру изображения:  $D_{ПД} = 2y'$ .

Полевая диафрагма не влияет на пучки лучей, выходящие из предмета или входящие в изображение в пределах ее диаметра, она лишь ограничивает тот участок поля, из которого выходят лучи. Поле может задаваться линейным размером  $2y$  (рис. 3.5) или углом  $2\omega$  (рис.3.6).

На рис.3.5 представлен положительный компонент (линза) с фокусным расстоянием  $f'$ . Апертурная диафрагма (АД) совпадает

с компонентом, а, следовательно, с АД будет совпадать входной зрачок (Вх.зр.). Предмет расположен на конечном расстоянии  $a$  от компонента. В плоскости действительного изображения предмета устанавливается полевая диафрагма (ПД). Размер ПД ограничивает ту часть пространства предметов, которую будет видно через этот компонент. Эта часть про-

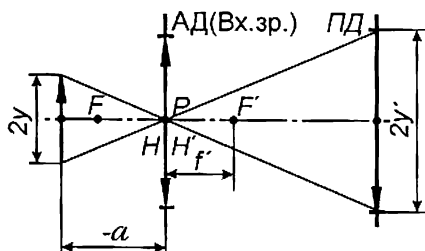


Рис. 3.5. Линейное поле в пространстве предметов и изображений.

странства предметов называется линейным полем системы и обозначается через  $2y$ .

Величину  $2y'$  называют **линейным полем** в пространстве изображений, размер которого ограничен диаметром полевой диафрагмы  $ПД$ , установленной в плоскости действительного изображения.

На рис.3.6 приведен положительный компонент (линза) с фокусным расстоянием  $f'$ . Апертурная диафрагма ( $АД$ ) совпадает с оправой компонента, следовательно, с  $АД$  будет совпадать входной зрачок ( $Вх.зр.$ ). Предмет расположен на бесконечно большом расстоянии от компонента (в бесконечности). Его действительное изображение получается в фокальной плоскости. В этой плоскости устанавливают полевую диафрагму ( $ПД$ ) и ее размер выделит ту часть бесконечно большого пространства предметов, которая будет изображаться через этот компонент. В этом случае говорят об угловом поле  $2\omega$  оптической системы в пространстве предметов.

**Угловое поле**  $2\omega$  в пространстве предметов — угол, под которым из центра входного зрачка (т.  $P$ ) видны края предмета  $2y$ , расположенного в бесконечности.

**Угловое поле**  $2\omega'$  в пространстве изображений — угол, под которым из центра выходного зрачка (т.  $P'$ ) видны края изображения  $2y'$ .

Когда говорят о линейном и угловом полях, то вводят понятие главного луча.

**Главный луч** — это луч, который выходит из крайней точки предмета и проходит через центр входного зрачка (т.  $P$ ), а следовательно, выходит через центр выходного зрачка. Таким образом, угловое поле — это удвоенный угол между оптической осью и главным лучом (рис.3.6).

При наблюдении удаленного предмета его наибольший размер задается угловым полем  $2\omega$ , а величина расположенного близко предмета определяется линейным размером  $2y$  (рис.3.6, рис.3.5).

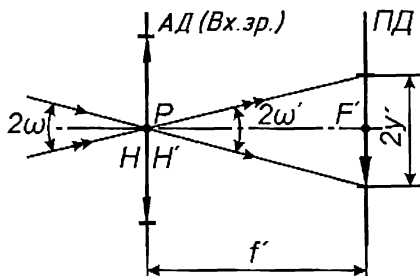


Рис. 3.6. Угловое поле  $2\omega, 2\omega'$  оптической системы в пространстве предметов и изображений.

### 3.1.3. Определение световых диаметров элементов оптической системы

Диаметры (размеры) отдельных элементов (линз, призм), составляющих оптическую систему, не могут быть выбраны произвольно и не могут быть одинаковыми, так как проходящие через систему пучки лучей, преломляясь, меняют поперечные размеры. Диаметры следует рассчитывать.

При определении световых диаметров следует учесть, что оптическая система должна передать без ограничений заданный участок поля и осветить каждую его точку широким световым пучком лучей (рис.3.7).

Для определения световых диаметров необходимо рассчитать через оптическую систему следующие лучи (рис. 3.7):

1. Из осевой точки  $A$  предмета достаточно рассчитать один луч — апертурный луч ( $ап.л.$ ). Он пройдет через край входного зрачка ( $Вх.зр.$ ).

2. Из внеосевой точки  $B$  предмета следует рассчитать **полевой пучок лучей**, который проходит через края входного зрачка. **Осью полевого пучка**, вышедшего из точки  $B$ , **является главный луч** (гл.л.).

**Верхний полевой луч** ( $в.п.л.$ ) идет из точки  $B$  предмета на верхний край входного зрачка.

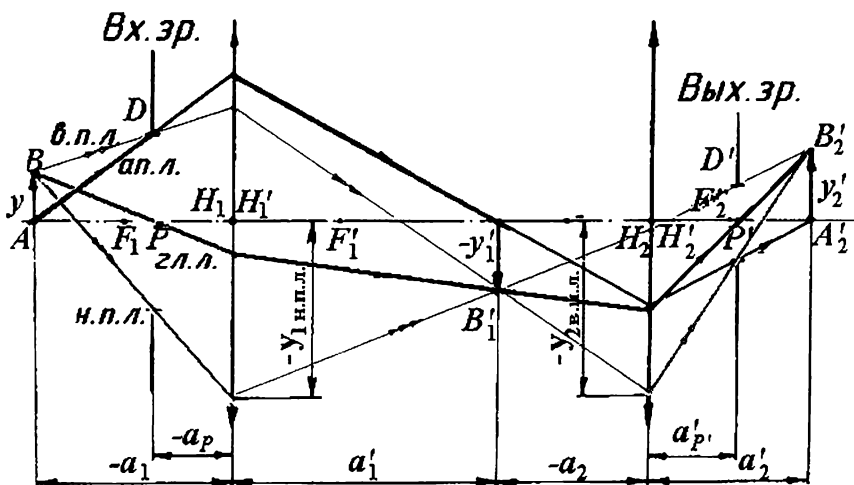


Рис. 3.7. Определение световых диаметров.

**Нижний полевой луч** (*н.п.л.*) идет из точки *B* предмета на нижний край входного зрачка.

Верхний и нижний полевые лучи проходят через противоположные края входного зрачка, через края апертурной диафрагмы (в данной схеме входной зрачок и апертурная диафрагма совпадают) и выходят через края выходного зрачка (*Вых.зр.*) (рис.3.7). Главный луч проходит через центр входного зрачка (*т.Р*), через центр апертурной диафрагмы и через центр выходного зрачка (*т.Р*).

Проходя последовательно через каждый элемент системы, полевые лучи пересекаются в точках изображения точки *B*, т. е. в сопряженных точках (*т.В<sub>1</sub>'*, *т.В<sub>2</sub>'* на рис.3.7).

Световой диаметр каждого компонента (линзы) оптической системы определяется максимальной высотой одного из 4-х вышеназванных лучей. Так на рис. 3.7  $D_{св1} = 2|y_{1 \text{ н.п.л.}}|$ ,  $D_{св2} = 2|y_{2 \text{ в.п.л.}}|$ .

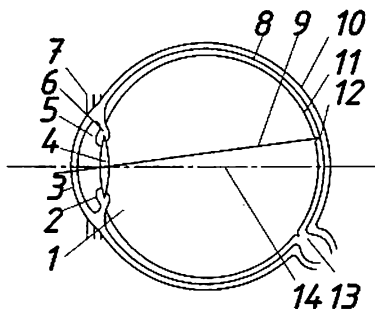
Следует также обратить внимание на то, что каждый из лучей обязательно проходит через сопряженные точки (рис.3.7).

## 3.2. Типовые оптические системы. Ограничение пучков лучей

### 3.2.1. Глаз как оптическая система и приемник излучения

**Зрение** — способность глаза видеть — дает человеку возможность познавать окружающий нас мир и реализуется с помощью сложной оптической и физиологической системы — глаза. Эта система преобразует энергию оптического излучения в зрительные ощущения.

**Глаз человека** — своеобразный оптический прибор, представляющий собой шаровидное тело, покрытое непрозрачной оболочкой — склерой *10*, переднюю прозрачную часть которой называют роговицей *3*. За роговицей находится **хрусталик** *4*, разделяющий внутреннюю полость глаза на **переднюю камеру** *5*, заполненную водянистой влагой, и **заднюю камеру** *1*, заполненную стекловидным телом. **Хрусталик** — двояковыпуклая линза из хрящевидного вещества, кривизна поверхностей



которой может меняться под действием окружающих ее мышц 6, что приводит к изменению *оптической силы* хрусталика (*аккомодации*).

Перед хрусталиком расположена диафрагма — *радужная оболочка* 2, через отверстие которой, называемое зрачком, свет поступает в глаз. Радужная оболочка переходит в более тонкую *сосудистую оболочку* 8, покрывающую внутреннюю поверхность склеры и состоящую из сети кровеносных сосудов. Внутренняя поверхность задней камеры покрыта *сетчатой оболочкой (ретиной)* 11. Сетчатая оболочка (сетчатка) является приемником световой энергии, поступающей в глаз, и имеет весьма сложное строение. Она состоит из десяти слоев. Первый слой образуется из отдельных волокон зрительного нерва, непосредственно соприкасающихся со стекловидным телом. Последующие семь слоев состоят из окончаний нервных волокон — нейронов. Световоспринимающими элементами сетчатой оболочки являются окончания волокон зрительного нерва, которые образуют девятый слой. Их разделяют на два вида: *колбочки и палочки*. *Палочки* (около 130 миллионов) имеют длину 63...81 мкм и диаметр около 1,8 мкм, а *колбочки* (около семи миллионов) — длину порядка 35 мкм и толщину 5...7 мкм. Колбочки и палочки состоят из веществ, сильно поглощающих свет. Поглощение света сопровождается химической реакцией разложения вещества (зрительного пурпура), составляющей основу зрительного раздражения, которое передается в мозг по нервным волокнам. Колбочки и палочки распределены по сетчатой оболочке неравномерно. *Колбочки* находятся главным образом *в центральной части сетчатой оболочки, где есть желтое пятно* 12. *В центральной ямке желтого пятна площадью около 0,5 мм<sup>2</sup> имеются исключительно колбочки*. Это место сетчатой оболочки является местом наибольшей разрешающей способности глаза. Линия 9, проходящая через центр желтого пятна и заднюю узловую точку глаза, называется *зрительной осью*. Она отклонена от оптической оси 14 глаза на угол 5°. По мере удаления от желтого пятна начинают преобладать палочки, а на краях сетчатой оболочки находятся только палочки. Зрительный нерв входит в глаз в стороне от желтого пятна. Место входа зрительного нерва представляет *слепое пятно* 13, в котором отсутствуют светочувствительные элементы.

*Глазной базис* — расстояние между центрами зрачков глаза — у взрослого человека составляет 56...74 мм. Среднее значение глаз-



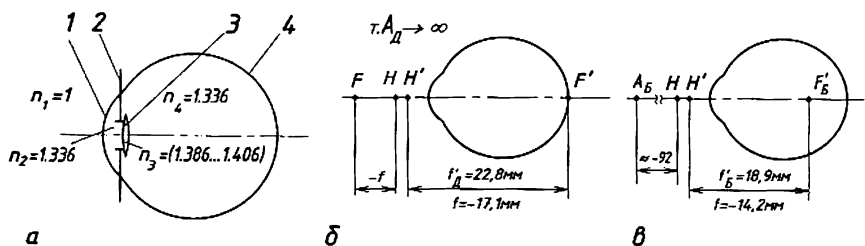


Рис. 3.8. Упрощенное изображение оптической системы глаза: *а* — глаз как оптическая система; фокусное расстояние глаза при наблюдении: *б* — удаленной точки; *в* — близкорасположенной точки.

ного базиса равно 65 мм. Глазное яблоко посредством мышц может вращаться в пределах  $45^\circ \dots 50^\circ$ . При наблюдении близко расположенных предметов глаза поворачиваются так, что их зрительные оси составляют некоторый угол — **угол конвергенции**, имеющий наибольшее значение, равное  $32^\circ$ . Глаз — прибор весьма чувствительный. Он реагирует на очень большой перепад яркостей: от  $10^{-7}$  до  $10^5$  кд/м<sup>2</sup>. Такая способность органа зрения приспосабливаться к различной интенсивности светового воздействия, которая выражается в изменении световой чувствительности, называется **зрительной адаптацией**. Глаз различает до 25 тысяч оттенков в солнечном свете и может воспринимать вспышку света, которая длится менее миллисекунды.

При наблюдении двумя глазами два изображения одного и того же объекта соединяются в единый зрительный образ, благодаря чему образуется представление о глубине пространства, т.е. становится возможным трехмерное восприятие пространства, называемое **стереоскопическим зрением**.

Глаз человека часто действует с оптическими инструментами: зрительными трубами, биноклями, телескопами, лупами, микроскопами и т. п., поэтому при рассмотрении работы оптического прибора необходимо учитывать оптические и физиологические свойства глаза.

Если глаз рассматривать как оптическую систему, то ее можно схематически представить как комбинацию двух линз (рис.3.8, *а*): роговицы 1 и хрусталика 3. За роговицей 1 расположена передняя камера глаза, заполненная водянистой влагой с  $n_2 = 1,336$ .

Заднюю стенку камеры образует радужная оболочка с отверстием 2 посередине — зрачком. Диаметр зрачка меняется от 2 до 8 мм в зависимости от светового потока, поступающего в глаз.

Световая адаптация осуществляется за счет изменения диаметра зрачка глаза. В сумерках он достигает 6...8 мм, а при ярком освещении — 1,5...2 мм.

Внутренняя плоскость глаза за хрусталиком заполнена студенистым прозрачным веществом, называемым стекловидным телом с  $n_4 = 1,336$ . Если глаз рассматривать как оптическую систему, то резкое изображение предметов, наблюдаемых глазом, строится на сетчатке 4 (рис. 3.8, а).

Оптические постоянные глаза для разных лиц колеблются в широких пределах, поэтому были установлены средние значения для всех постоянных глаза. Округленные значения некоторых параметров глаза приведены на рис. 3.8, б, в. Глаз с указанными параметрами называется **схематическим**.

Способность глаза изменять оптическую силу хрусталика с помощью кольцевой мышцы называется **аккомодацией**.

Благодаря аккомодации глаз может резко видеть далеко удаленные объекты. Изображение всегда строится на сетчатке.

Наиболее удаленную точку глаз видит без аккомодации. Она называется **точкой дальнего визирования**. Предмет (т.А) лежит бесконечно далеко (рис.3.8, б). Фокусное расстояние глаза  $f_d' = 22,8$  мм.

При максимальной аккомодации глаз видит **точку ближнего визирования** (т.А<sub>б</sub>). Она лежит перед глазом на расстоянии  $\approx 92$  мм. Фокусное расстояние глаза в этом случае  $f_b' = 18,9$  мм (рис.3.8, в). Наиболее удобная для наблюдения глазом точка лежит на расстоянии  $\approx 250$  мм перед глазом, это **расстояние наилучшего видения**.

При наблюдении двумя глазами поле глаза по горизонту составляет 184...200°, а по вертикали — 130°. Видимость предметов в различных участках поля различна: **зона четкого видения** — 2°; **зона ясного видения** — 30° по горизонтали и 22° по вертикали; **зона периферического зрения**, в пределах которой невозможно опознавание предметов. Она имеет большое значение для ориентирования в окружающем пространстве

Предельный угол  $\psi$ , под которым глаз еще видит отдельно две близкорасположенные точки, называется **угловым пределом разрешения**. При хорошей освещенности изображения порядка 50 лк средняя разрешающая способность глаза составляет одну угловую минуту ( $\psi = 1'$ ). В сумерках (при диаметре зрачка 6... 8 мм)  $\psi$  падает до двух минут ( $\psi = 2'$ ).

Используя штриховые миры (специальные испытательные таб-

лицы), шкалы, биссектор, можно повесить разрешающую способность до  $\psi = 10'' \dots 30''$ .

При работе с оптическим прибором глаз должен совпадать с его выходным зрачком. Выходной зрачок геодезических приборов равен 1,5...2 мм и расположен на расстоянии 8...10 мм от последней поверхности оптической системы прибора.

### 3.2.2. Телескопические системы

Существует большая группа оптических приборов, позволяющих человеку наблюдать удаленные предметы. Это бинокли, зрительные трубы, астрономические наблюдательные телескопы, перископы, прицелы, геодезические приборы (теодолиты, нивелиры и т. п.). Оптические системы таких приборов **называются телескопическими** (от греч. *tele* — далеко + греч. *scopeo* — смотрю).

Так как предмет расположен далеко от оптической системы прибора, то входящие пучки лучей считаются параллельными (диаметр  $D$  входного зрачка телескопической системы несоизмеримо меньше расстояний  $s$ , на которых находится предмет, поэтому волновой фронт на входном зрачке можно считать плоским). Из телескопической системы лучи также должны выйти параллельным пучком, чтобы глаз наблюдателя мог без напряжения рассматривать изображения, образованные оптической системой прибора. Таким образом, если в оптическую систему входят, а из системы выходят параллельные пучки, то передний и задний фокусы всей телескопической системы находятся в бесконечности, фокусные расстояния равны бесконечности, а оптическая сила ( $\Phi = 1/f$ ) равна нулю. Поэтому телескопическую систему называют еще **афокальной** (не имеющей фокусов).

На рис. 3.9 приведены оптические схемы телескопических систем:  $a, б$  — телескопические линзы;  $в, г$  — линзовые телескопические системы, построенные по схемам Кеплера ( $в$ ) и Галилея ( $г$ );  $д, е$  — зеркальные телескопические системы типа Мерсена.

Если телескопическая система работает с глазом, то это зрительная труба, и первый компонент, обращенный к рассматриваемому предмету (объекту), называют **объективом**, второй, обращенный к глазу наблюдателя, называют **окуляром**. На рис.3.10 приведены оптические схемы простых зрительных труб.

Телескопическую систему, которая состоит из положительного

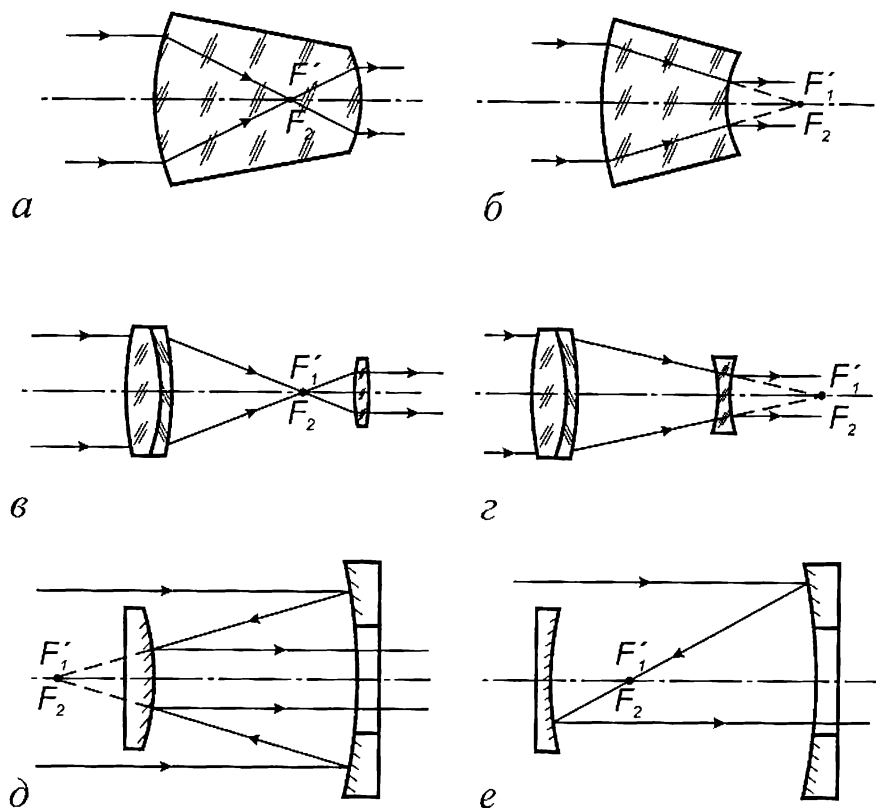


Рис. 3.9. Оптические схемы телескопических систем.

объектива ( $f'_{об} > 0$ ) и положительного окуляра ( $f'_{ок} > 0$ ), называют **зрительной трубой Кеплера** (рис.3.10, а), а систему, состоящую из положительного объектива ( $f'_{об} > 0$ ) и отрицательного окуляра ( $f'_{ок} < 0$ ) — **трубой Галилея** (рис.3.10, б), отдавая дань именам их создателей.

Объектив и окуляр в телескопической системе должны быть так расположены относительно друг друга, чтобы задний фокус (т. $F'_{об}$ ) объектива совпадал с передним фокусом (т. $F_{ок}$ ) окуляра. При таком расположении компонентов **оптический интервал**  $\Delta$  — расстояние между задним фокусом объектива (т. $F'_{об}$ ) и передним фокусом (т. $F_{ок}$ ) окуляра равняется нулю ( $\Delta = 0$ ).

В соответствии с рис.3.10 расстояние между объективом и окуляром равно  $d = f'_{об} + f'_{ок}$ , а так как в трубе Галилея  $f'_{ок} < 0$ , то

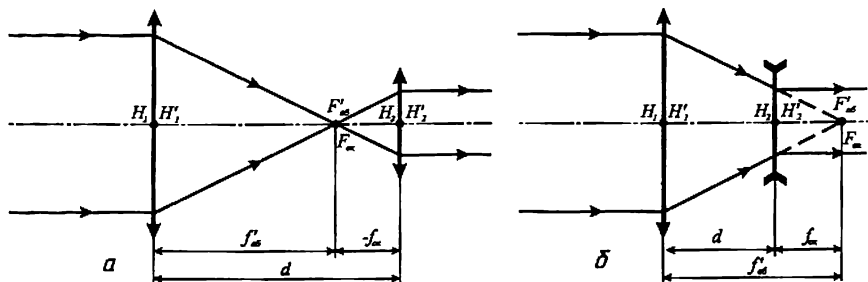


Рис. 3.10. Оптические схемы труб Кеплера (а) и Галилея (б).

труба Галилея короче трубы Кеплера. Кроме того, она дает прямое изображение предмета, в отличие от трубы Кеплера.

Чтобы превратить *наблюдательный прибор в измерительный*, необходимо в плоскости действительного изображения (если таковая есть) установить шкалу (сетку). Так как в трубе Галилея нет плоскости действительного изображения, то эту схему нельзя использовать в измерительных приборах. Обычно схему Галилея используют в наблюдательных системах, визирах фотоаппаратов, театральных биноклях и т. д.

Рассмотрим ограничение пучков лучей в зрительной трубе Кеплера, схема которой используется в геодезических приборах.

Апертурной диафрагмой (АД) в простой трубе Кеплера, как правило, является оправа объектива, тогда входной зрачок (Вх.зр.) совпадает с оправой объектива, а выходной зрачок (Вых.зр.) — изображение апертурной диафрагмы через окуляр — располагается за окуляром (т.  $P'$  — центр (осевая точка) выходного зрачка). Положение выходного зрачка определяет главный луч 1, а его размер определяет апертурный луч 2 (рис.3.11).

Телескопическая система имеет угловое увеличение  $\gamma_T$ , так как угол  $\omega$ , под которым виден предмет, отличен от угла  $\omega'$ , под которым глаз видит изображение  $y'$  предмета через систему (рис.3.12). Отношение тангенсов углов  $\omega'$  и  $\omega$  называют **угловым увеличением телескопической системы**, а так как  $y'$  определяет видимую величину изображения, то **угловое увеличение  $\gamma_T$  телескопической системы** называют еще и **видимым увеличением  $\Gamma_T$** .

Из рис.3.12 видно, что:

$$y' = -f'_{\text{ок}} \operatorname{tg} \omega; y' = -f_{\text{ок}} \operatorname{tg} \omega' = f'_{\text{ок}} \operatorname{tg} \omega',$$

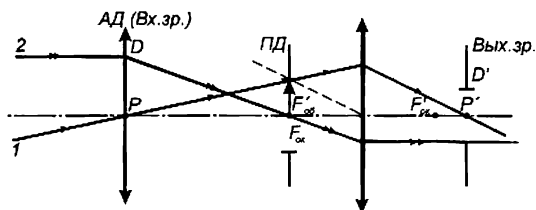


Рис. 3.11. Определение положения и размера *вых. зр.* в телескопической системе Кеплера.

тогда  $-f'_{об} \operatorname{tg} \omega = f'_{ок} \operatorname{tg} \omega'$   
и

$$\frac{\operatorname{tg} \omega'}{\operatorname{tg} \omega} = -f'_{об} / f'_{ок} = \gamma_T = \Gamma_T.$$

Из рис.3.12 также видно, что  $D/D' = -(f'_{об}/f'_{ок})$ , поэтому формулу для видимого увеличения телескопической системы можно записать:

$$\Gamma_T = \gamma_T = \frac{\operatorname{tg} \omega'}{\operatorname{tg} \omega} = -f'_{об} / f'_{ок} = \frac{D}{D'} \text{ или } |\Gamma_T| = \frac{D}{D'}.$$

Для трубы Кеплера  $\Gamma_T < 0$ , что говорит о том, что простая труба Кеплера дает перевернутое (обратное) изображение.

Угловое поле  $2\omega$  телескопической системы ограничено диаметром  $D_{ПД}$  полевой диафрагмы, устанавливаемой в плоскости действительного изображения, причем ее диаметр определяется как

$$D_{ПД} = 2f'_{об} \cdot \operatorname{tg} \omega,$$

т. е. главный луч, входящий в систему под углом поля  $\omega$ , определяет размер полевой диафрагмы. Диаметр полевой диафрагмы — это и размер линейного поля для окуляра

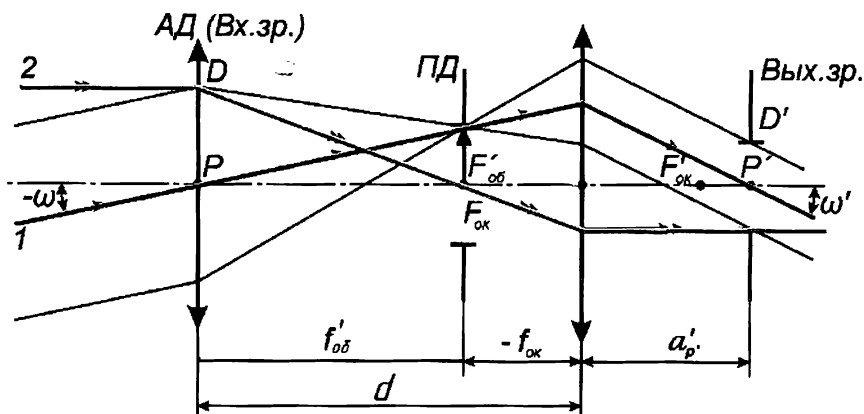


Рис. 3.12. Ограничение пучка лучей в трубе Кеплера.

$$2y_{\text{ок}} = D_{\text{пд.}}$$

Рассмотрим ограничение пучков лучей в телескопической системе Галилея.

Если считать, что в трубе Галилея оправа объектива является апертурной диафрагмой,

то выходной зрачок получается внутри системы. Так как с выходным зрачком совмещают зрачок глаза наблюдателя (или какой-либо другой приемник), то в схеме Галилея **ограничение пучков лучей необходимо рассматривать совместно с оптической системой глаза** (рис.3.13). Зрачок глаза принимают за апертурную диафрагму (*АД*), он же будет выходным зрачком (*Вых.зр.*) системы. Размер и положение входного зрачка определяют как изображение *АД* через впереди стоящие компоненты. Тогда мнимый входной зрачок (*Вх.зр.*) находится справа от первого компонента на большом расстоянии  $a_p$ . Оправа объектива является виньетирующей диафрагмой (*ВД*).

Диаметр  $D'$  выходного зрачка телескопической системы, с которым совпадает зрачок глаза наблюдателя, определяет количество световой энергии, выходящей из прибора. Видимое увеличение телескопической системы, при котором диаметр выходного зрачка равен диаметру зрачка глаза, называют **нормальным увеличением**  $\Gamma_{\text{н}} = D/D'$ .

Такое увеличение имеют зрительные трубы, предназначенные для наблюдения при недостаточной освещенности предмета. Телескопические системы, предназначенные для работы в дневное время, должны иметь выходные зрачки 2...5 мм, в сумеречное время — 5...7 мм.

Кроме **видимого и нормального** увеличений телескопическая система, работающая совместно с глазом, имеет так называемое **полезное увеличение**  $\Gamma_{\text{п}}$ . Чтобы глаз мог полностью использовать разрешающую способность объектива телескопической системы (разрешающая способность — это способность объектива давать раздельными изображения двух близлежащих точек), ее видимое увеличение, называемое в этом случае **полезным**, должно быть равно  $\Gamma_r = D/2$ , где  $D$  — диаметр входного зрачка объектива. Но эта формула не является универсальной, так как, с одной сто-

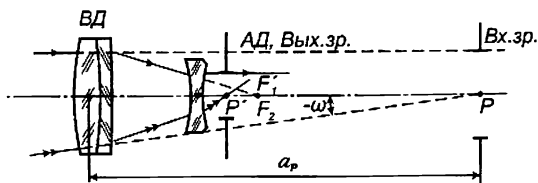


Рис. 3.13. Ограничение пучков лучей в трубе Галилея.

роны, есть наблюдатели с повышенной остротой зрения, а, с другой стороны, астрономические и геодезические приборы могут иметь выходной зрачок порядка 1...1,5 мм. В этом случае угловой предел разрешения глаза снижается до  $90''$  и полезное увеличение может иметь значение в пределах

$$0,2D < \Gamma_{\text{тп}} < 0,75D.$$

**Основными оптическими характеристиками телескопической системы являются:**  $\Gamma_{\text{т}}$  — видимос увеличение;  $2\omega$  — угловое поле;  $D'$  — диаметр выходного зрачка. Важной характеристикой является величина  $s'_p$ , определяющая положение выходного зрачка относительно последней поверхности окуляра.

### 3.2.3. Телеобъектив

**Отличительной особенностью телеобъектива** (рис. 3.14) от обычного объектива является большое фокусное расстояние  $f'_{\text{об}}$  при меньшей оптической длине  $L$  объектива. **Оптическая длина  $L$  объектива** измеряется от первого компонента до плоскости изображения (рис.3.14), в то время как фокусное расстояние отсчитывается от задней главной точки  $H'_{\text{об}}$ .

Так как  $f'_{\text{об}}$  больше  $L$  объектива, то для телеобъективов вводится понятие **коэффициента телесокращения**  $m = L / f'_{\text{об}}$ . Для линзовых телеобъективов  $m = 0,6...0,8$ .

Чтобы получить большое фокусное расстояние при меньшей оптической длине  $L$  объектива, оптическую схему телеобъектива

необходимо сделать из двух компонентов — положительного 1 и отрицательного 2, расположенных на некотором расстоянии  $d$  друг от друга. Изображение после первого компонента 1 строится в его фокальной плоскости, которая проходит через точку  $F'_1$ . Затем второй отрица-

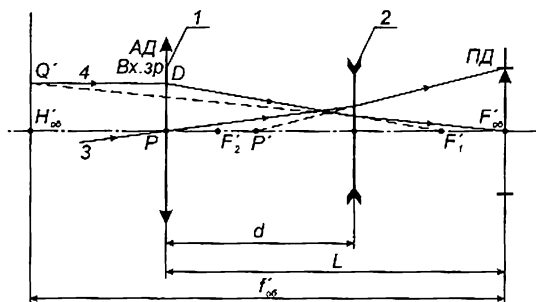


Рис. 3.14. Оптическая схема двухкомпонентного линзового телеобъектива.



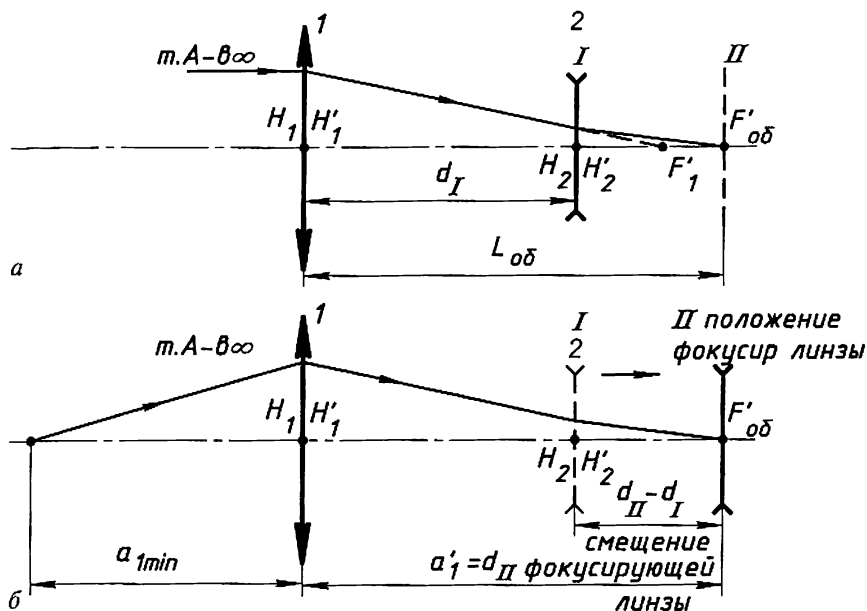


Рис. 3.15. Оптическая схема телеобъектива при фокусировке на предметы: а) в бесконечности; б) на минимальное расстояние  $a_{1min}$ .

тельный компонент 2 переносит его в плоскость изображения всего объектива, которая проходит через т.  $F'_{об}$  (рис. 3.14).

Чтобы определить положение задней главной точки объектива  $H'_{об}$ , необходимо найти точку  $Q'$  пересечения луча 4, вошедшего в телеобъектив параллельно оптической оси, с этим же лучом, вышедшим из телеобъектива. Из построений видно, что задняя главная плоскость всего объектива вынесена вперед (проходит через точки  $Q' H'_{об}$ ).

Ограничение пучков лучей в телеобъективе приведено на рис. 3.14.

Апертурная диафрагма (АД) и входной зрачок (Вх.зр.) совпадают с оправой первого компонента. Выходной зрачок — изображение апертурной диафрагмы (АД) через отрицательный компонент 2 — мнимый (т.  $P'$  — центр (осевая точка) выходного зрачка). Главный луч 3 проходит через центр входного зрачка, центр апертурной диафрагмы (т.  $P$ ), его продолжение — через центр выходного зрачка (т.  $P'$ ). Полевая диафрагма (ПД) расположена в плоскости действительного изображения телеобъектива (в фокальной плоскости).

Таблица 3.1

№ п/п	Оптическая схема телеобъектива	$m$	$D/f'$
1		0,78...0,80	1:7...1:10
2		0,78...0,80	1:7...1:10
3		0,75...0,78	1:7...1:10
4		0,65...0,72	1:6...1:9
5		0,65...0,70	1:6...1:8
6		0,65...0,72	1:6...1:9
7		0,65...0,71	1:6,6...1:7,9
8		0,62...0,70	1:5,8...1:8,3

**Основные характеристики телеобъектива:** фокусное расстояние  $f'_{об}$ , относительное отверстие  $D/f'_{об}$ , угловое поле  $2\omega$ , коэффициент телесокращения  $m = L/f'_{об}$ .

Второй компонент телеобъектива называют фокусирующей линзой, так как с его помощью можно получать в плоскости полевой диафрагмы резкие изображения предметов, расположенных на разных расстояниях от объектива (рис.3.15).

При перемещении фокусирующей линзы 2 из положения I в положение II можно резко

видеть изображения предметов в интервале от бесконечности до конечного расстояния  $a_{1min}$  (расстояние ближнего визирования).

Оптические схемы телеобъективов, их коэффициенты телесокращения и относительные отверстия приведены в табл. 3.1.

Как видно из табл. 3.1, телеобъективы могут быть построены по традиционной двухкомпонентной схеме (1...6) или по трехкомпонентной схеме (7—8). В телеобъективах по схеме 7 выполнена ахроматическая коррекция, что позволило увеличить продолжительность работы в сумеречное время, и уменьшен сферохроматизм. В телеобъективе по схеме 8 сферохроматизм исправлен благодаря введению воздушных промежутков между компонентами. В телеобъективах по схемам 7, 8 коэффициент светорассеяния уменьшен до 6%. Трехкомпонентные телеобъективы применяются в нивелирах, что позволяет сократить габариты прибора и уменьшить расстояние ближнего визирования до 0,8 м.

Разработка таких телеобъективов была начата еще В. А. Белициным в 50-е годы прошлого века.

В зрительных трубах геодезических приборов применяются также **зеркально-линзовые телеобъективы**, позволяющие получать коэффициент телескопического увеличения  $m = 0,3...0,4$ .

Если после телеобъектива поставить окуляр, совместив т.  $F'_{об}$  с т.  $F_{ок}$ , выполнив тем самым условие  $\Delta = 0$ , то получится телескопическая система Кеплера — **зрительная труба с внутренней фокусировкой**.

### 3.2.4. Зрительная труба с внутренней фокусировкой. Зрительная труба прямого изображения

Оптическая схема зрительной трубы с внутренней фокусировкой представлена на рис. 3.16.

Если после телеобъектива (1, 2) с фокусным расстоянием  $f'_{об}$  поставить окуляр 3, совместив точку  $F'_{об}$  с точкой  $F_{ок}$  и выполнив тем самым условие  $\Delta = 0$ , то получится телескопическая система Кеплера — зрительная труба с внутренней фокусировкой. Апертурной диафрагмой (АД) является оправа первого компонента 1 телеобъектива. С апертурной диафрагмой совпадает входной зрачок (Вх.зр.) зрительной трубы. Выходной зрачок (Вых.зр.) — изображение апертурной диафрагмы (АД) через компоненты 2 и 3 в прямом ходе лучей — действительный. Это выходной зрачок зрительной трубы. С ним совмещается глаз наблюдателя. На рис. 3.16 показан ход апертурного луча, который определяет размер

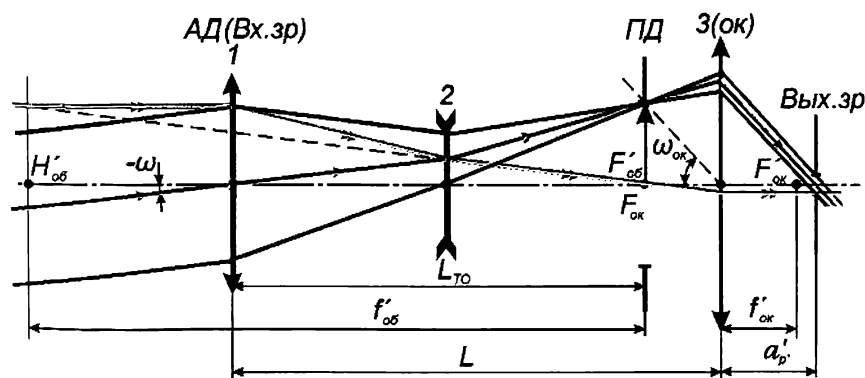


Рис. 3.16. Оптическая схема зрительной трубы с внутренней фокусировкой.

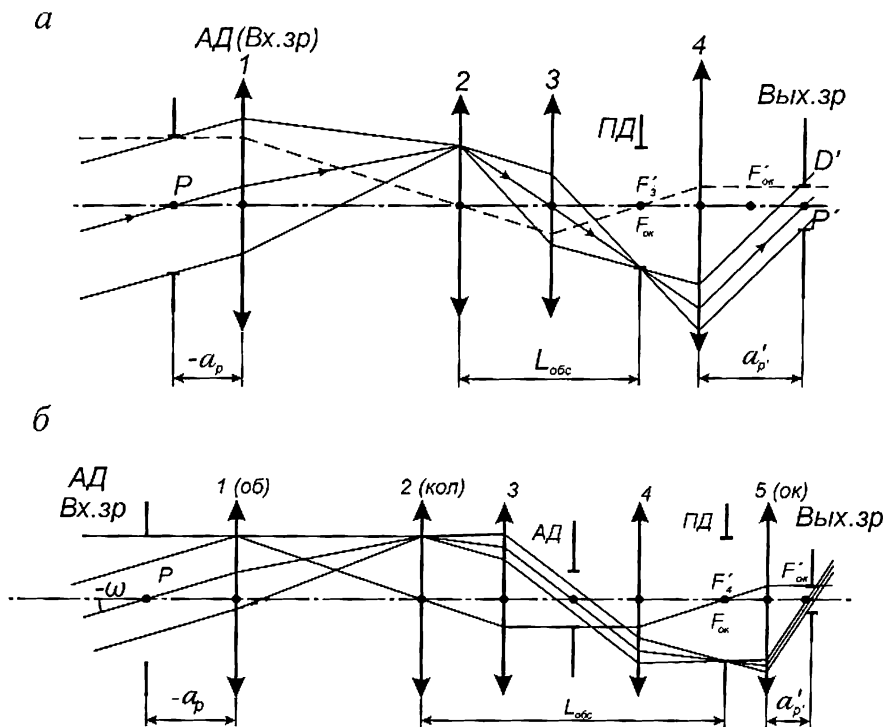


Рис. 3.17. Оптическая схема зрительной трубы: *а* — с однокомпонентной; *б* — с двухкомпонентной оборачивающей системой.

выходного зрачка, а также ход полевых лучей, причем главный луч в полевом пучке определяет положение  $a'_p$  выходного зрачка. Углы  $\omega$  и  $\omega_{ок}$  — половины углов поля  $2\omega$  и  $2\omega_{ок}$  в пространстве предметов и изображений соответственно.

Чтобы получить прямое изображение предмета, в зрительную трубу вводят линзовые оборачивающие системы. На рис. 3.17 представлены оптические схемы зрительной трубы с однокомпонентной 3 (рис.3.17, *а*) и двухкомпонентной (3,4) (рис.3.17, *б*) оборачивающими системами, 1 — объектив зрительной трубы; 2 — коллектив — линза, с помощью которой уменьшают световые диаметры компонентов, стоящих после объектива 1; 3 (или 3,4) — компонент (ы) оборачивающей системы; 4 (5) — окуляр. Апертурная диафрагма (АД) расположена перед объективом на расстоянии  $a_p$ , входной зрачок (Вх.зр.) совпадает с апертурной диафрагмой, выходной зрачок (Вых.зр.) — изображение апертур-

ной диафрагмы через компоненты 2,3,(4),5 в прямом ходе лучей, расположен на расстоянии  $a'_p$ . Его диаметр  $D'$  определяется апертурным лучом, а положение — главным лучом.

### 3.2.5. Лупа (окуляр)

**Лупой** (фр. loupe) называется положительная линза (или система линз), работающая совместно с глазом наблюдателя и дающая увеличенное в 2... 30 раз изображение мелких близкорасположенных предметов. Простейшая лупа представляет собой плосковыпуклую линзу, имеющую малое увеличение (2... 3 $\times$ ). Она может давать мнимое увеличенное изображение на конечном расстоянии или бесконечно удаленное увеличенное изображение. Поэтому возможны два основных случая расположения предмета ( $a < f$  или  $a = f$ ).

В первом случае наблюдаемый предмет  $y$  (рис.3.18, а) помещают перед лупой на расстоянии  $a < f$ , между передним фокусом (т.  $F$ ) и передней главной точкой (т.  $H$ ). Лупа дает мнимое прямое увеличенное изображение  $y'$ .

Наиболее предпочтительно положение предмета в лупе, когда он расположен в передней фокальной плоскости лупы, а его изо-

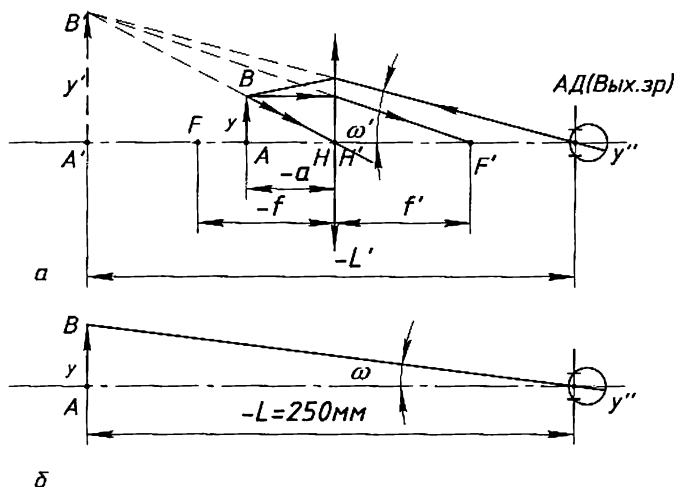


Рис. 3.18. Ограничение пучков лучей: а) лупа, дающая мнимое изображение предмета; б) угол  $\omega$ , под которым глаз видит предмет без лупы.

бражение — в бесконечности, и глаз без напряжения рассматривает предмет.

Во всех случаях увеличенное изображение предмета рассматривается глазом, расположенным за лупой. Но глаз сам является оптической системой, которая строит действительное изображение на сетчатке.

**Ограничение пучков лучей следует рассматривать в системе "лупа+глаз"**, так как зрачок глаза выполняет роль диафрагмы. Апертурной диафрагмой этой системы является зрачок глаза, поскольку его диаметр значительно меньше диаметра оправы лупы (рис.3.18, а). Одновременно он является выходным зрачком системы.

**Основная характеристика лупы — видимое увеличение**, определяемое отношением  $\bar{\Gamma}_л = \text{tg}\omega' / \text{tg}\omega$ , где  $\omega$  — угол, под которым глаз видит предмет (рис.3.18, б),  $\omega'$  — угол, под которым глаз видит изображение предмета через лупу (рис.3.18, а).

Видимое увеличение лупы непостоянно и зависит как от положения предмета относительно лупы, так и от положения глаза. Соответствующие формулы увеличения можно получить, записав выражения для  $\text{tg}\omega$  и  $\text{tg}\omega'$ , определяемые из рис.3.18, и выполнив преобразования. Если предмет расположен в передней фокальной плоскости лупы, то изображение лежит в бесконечности, и видимое увеличение равно

$$\bar{\Gamma}_л = -\frac{z'}{f'} = \frac{250}{f'}.$$

Такая же формула получается в том случае, если изображение, построенное лупой, находится на расстоянии 250 мм от глаза, а зрачок глаза находится в заднем фокусе (здесь  $z' = L' = -250$  мм).

В остальных случаях, например, как на рис.3.18, увеличение лупы возрастает на единицу, т. е.

$$\bar{\Gamma} = \bar{\Gamma}_л + 1.$$

Фокусное расстояние лупы меняется примерно от 125 мм для отдельной линзы и до 8...10 мм для системы из нескольких линз. Эти значения фокусного расстояния соответствуют пределу увеличений 2...30 крат.

Полевая диафрагма отсутствует, так как изображение — мни-

мое (рис.3.18), а предмет может менять свое положение. Поле лупы ограничено ее оправой (являющейся виньетирующей диафрагмой) и меняется в зависимости от положения глаза, поскольку зрачок глаза играет роль выходного зрачка системы "лупа + глаз".

В приведенных оптических системах (например, в телескопической системе Кеплера) лупа применяется как окуляр (лат. oculi — глазной) (рис.3.9, в). Плоскость действительного изображения после объектива одновременно является предметной плоскостью окуляра. В этой плоскости установлена полевая диафрагма объектива, играющая роль полевой диафрагмы окуляра. Ее диаметр определяет линейное поле окуляра  $2y_{\text{ок}}$ . Глаз видит бесконечно удаленный предмет, изображение которого он строит на сетчатке.

Окуляр может давать мнимое изображение на расстоянии 250 мм от глаза наблюдателя (рис.3.18, а). Видимое увеличение окуляра, как и лупы, определяется по формуле:

$$\bar{\Gamma}_{\text{ок}} = \frac{250}{f'_{\text{ок}}}.$$

### 3.2.6. Микроскоп

**Микроскоп** (от греч. mikros — малый и scoreō — смотрю) — оптический прибор для получения увеличенных изображений близкорасположенных объектов (или деталей их структуры), неразличимых глазом. Микроскопы применяются для получения больших увеличений, значительно превышающих увеличение лупы. Различные типы микроскопов больших увеличений (биологические, металлографические и др.) предназначены для обнаружения и изучения бактерий, органических клеток, мелких кристаллов, структуры сплавов и других объектов. С помощью микроскопа определяются форма, размеры, структура и другие характеристики микрообъектов. Микроскоп дает возможность различать структуры с расстоянием между элементами до 0,20 мкм. Широко применяется в медицине, микробиологии, ботанике, химии и других областях.

Для точных измерений изготавливаемых изделий в машиностроении и приборостроении применяются измерительные микроскопы. Здесь рассматриваются микроскопы малых и средних увеличений ( $\sim 20 \dots 100\times$ ), которые используются в измерительных

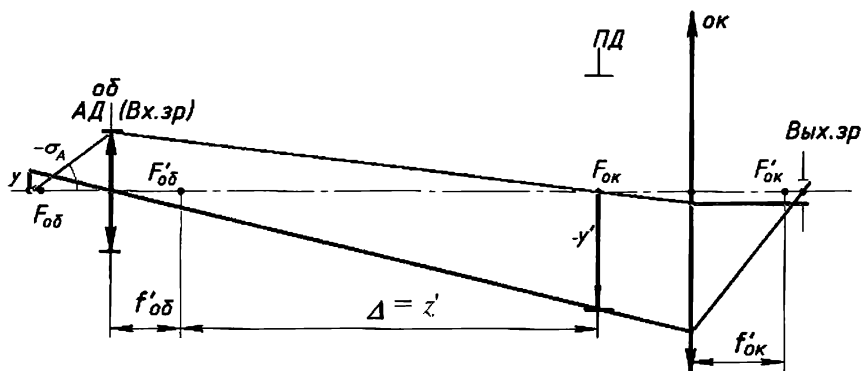


Рис. 3.19. Оптическая схема визирного микроскопа. Определение положения и размера выходного зрачка.

устройствах геодезических и контрольно-измерительных приборов.

Оптическая схема микроскопа состоит из двух компонентов: объектива (об) и окуляра (ок) (рис.3.19). Задний фокус (т. $F'_{об}$ ) объектива не совпадает с передним фокусом (т. $F_{ок}$ ) окуляра, поэтому оптический интервал не равен нулю ( $\Delta \neq 0$ ). Чтобы глаз наблюдателя увидел через окуляр изображение предмета, объектив микроскопа должен построить изображение объекта в передней фокальной плоскости окуляра (т. $F_{ок}$ ). В этом случае оптический интервал  $\Delta$  равен расстоянию  $z'$  от заднего фокуса объектива до изображения через объектив. Линейное увеличение объектива

$$\beta_{об} = -z'/f'_{об} = -\Delta/f'_{об}.$$

Оптический интервал много больше фокусного расстояния объектива, поэтому изображение после объектива — увеличенное, перевернутое и действительное. **Увеличение  $\beta_{об}$  объектива и числовая апертура  $A = \sin \sigma_A$  ( $n_l = 1$ ) являются основными характеристиками объектива микроскопа** и указаны на его оправе. Окуляр (лупа) строит увеличенное прямое изображение. Видимое увеличение окуляра

$$\bar{\Gamma}_{ок} = 250/f'_{ок}.$$



Видимое увеличение микроскопа равно произведению увеличения объектива  $\beta_{об}$  на увеличение окуляра  $\bar{\Gamma}_{ок}$ :

$$\bar{\Gamma}_M = \beta_{об} \bar{\Gamma}_{ок} = -\frac{\Delta}{f'_{об}} \cdot \frac{250}{f'_{ок}}$$

**Основными характеристиками микроскопа являются: видимое увеличение  $\bar{\Gamma}_M$ , числовая апертура  $A$ , равная числовой апертуре объектива, и линейное поле  $2\gamma$ .**

Иногда микроскоп называют "сложной лупой". Следовательно, видимое увеличение микроскопа можно определить как:

$$\bar{\Gamma}_M = \frac{250}{f'_M},$$

где  $f'_M$  — эквивалентное фокусное расстояние всего микроскопа — системы "объектив + окуляр", когда действие двух линз (компонентов) заменяют одной с тем же фокусным расстоянием. Введя это понятие, можно точно определить положение предмета в микроскопе.

Действительно, предмет расположен на небольшом расстоянии от объектива (вблизи его переднего фокуса  $F_{об}$ ), а изображение после микроскопа находится в бесконечности, так как из окуляра выходит параллельный пучок лучей. Следовательно, предмет расположен в передней эквивалентной фокальной плоскости микроскопа (т.  $F_M$  — передний эквивалентный фокус микроскопа) (рис. 3.20).

В контрольно-измерительных оптических приборах встречаются два вида микроскопов: **визирный** (нем. visieren — наводить инструмент на какую-либо точку) и **отсчетный**, имеющий специальное измерительное устройство.

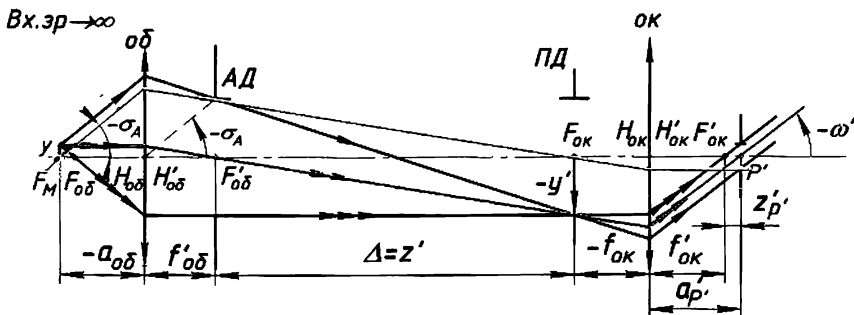


Рис. 3.20. Оптическая схема отсчетного микроскопа.

Оптические схемы этих микроскопов отличаются лишь ограничением пучков лучей — расположением апертурной диафрагмы (АД) и зрачков. Полевая диафрагма (ПД) расположена в плоскости действительного изображения объектива, т. е. в передней фокальной плоскости окуляра.

Диаметр полевой диафрагмы  $D_{\text{ПД}} = 2y_{\text{ок}}$  — это размер линейного поля окуляра. Полевая диафрагма в рассматриваемых микроскопах представляет собой оправу визирной или измерительной сетки. Сетка — это плоскопараллельная пластина с нанесенным на нее перекрестием, или биссектором (две вертикальные близко-расположенные прямые линии), или шкалой. Изображение полевой диафрагмы в обратном ходе лучей через объектив определяет линейное поле  $2y$  микроскопа. Размер линейного поля определяет главный луч. Угол  $\omega'$  наклона главного луча относительно оптической оси в пространстве изображений определяет половину углового поля микроскопа в пространстве изображений, или половину углового поля  $\omega_{\text{ок}}$  окуляра.

В геодезических и контрольно-измерительных приборах микроскоп используется в качестве измерительного устройства — это **отсчетный микроскоп** (рис.3.20). К особенностям микроскопа этого типа относится наличие между объективом и окуляром измерительной части. В предметной плоскости такого микроскопа расположен предмет (шкала). Измерения состоят в том, что изображение предмета сравнивается со шкалой с определенными делениями, расположенной в плоскости полевой диафрагмы (шкалой окуляра). При недостаточно точном наведении микроскопа на предмет имеет место **параллакс** (от *gr. parallaxis* — уклонение) — видимое (кажущееся) смещение предмета вследствие перемещения глаза наблюдателя, смотрящего в окуляр. В этом случае плоскость изображения не совпадает с плоскостью полевой диафрагмы, где находится измерительная шкала. Это может привести к ошибке при измерении.

Если для измерений используется **визирный микроскоп**, где апертурной диафрагмой является оправка объектива, то при каждом наведении на предмет **главный луч меняет свое положение** (рис.3.21, а). Это приводит к ошибке в отсчете по шкале окуляра, так как одной и той же величине предмета  $y$  соответствуют разные величины изображений —  $y'_2, y', y'_1$  (см. рис. 3.21, а).

Чтобы ослабить влияние параллакса на результат измерений, следует сделать ход главного луча в пространстве предметов не зависящим от положения плоскости наведения. Это достигается

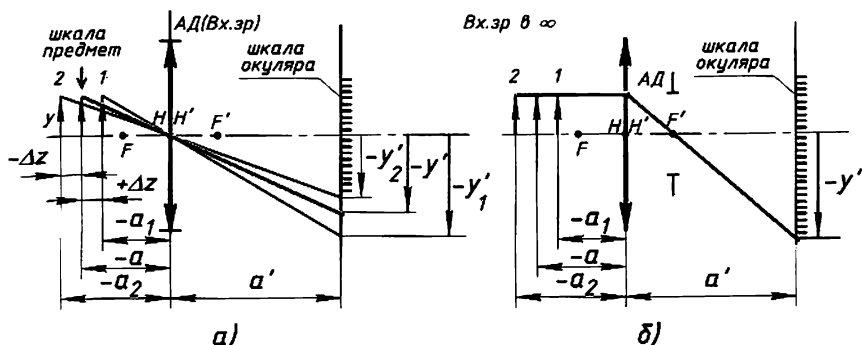


Рис. 3.21. Ход главного луча в зависимости от положения апертурной диафрагмы: а) изменение положения главного луча и величины изображения при каждом наведении на предмет, если апертурной диафрагмой является оправа объектива; б) независимость хода главного луча от положения плоскости наведения при телецентрическом ходе главного луча.

установкой апертурной диафрагмы (АД) в задней фокальной плоскости объектива микроскопа (рис. 3.21, б) В этом случае главный луч идет в пространстве предметов параллельно оптической оси для всех плоскостей наведения в интервале  $\pm\Delta z$ . При наведении в пределах  $\pm\Delta z$  на любую плоскость, отличную от предметной, оптическая система дает резкое изображение;  $\Delta z$  — **параллакс** в пределах этой области.

Такой ход *главного луча* в пространстве предметов называется **телецентрическим** (от гр. tele — далеко + центр). Он позволяет *устранить влияние параллакса на отсчет*. Так как АД расположена в задней фокальной плоскости объектива, то входной зрачок (Вх.зр.) в отсчетном микроскопе находится в бесконечности.

Выходной зрачок микроскопа является изображением апертурной диафрагмы (АД) через окуляр. Он расположен позади точки  $F'_{ок}$  окуляра. Его положение определяет главный луч (рис.3.20). Линейное поле микроскопа — удвоенный размер предмета  $2y$ . Линейное поле окуляра — диаметр полевой диафрагмы.

### 3.2.7. Фотообъектив

**Фотообъектив** предназначен для получения действительных изображений предметов на светочувствительном материале, фотокатоде телевизионного приемника или электронно-оптического

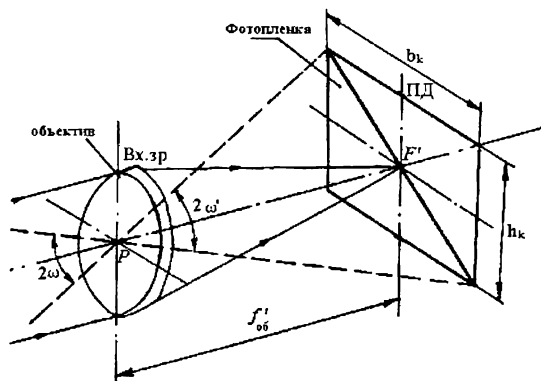


Рис. 3.22. Упрощенная оптическая схема фотообъектива.

преобразователя и т. п. (рис. 3.22).

**Основные оптические характеристики фотообъектива:** фокусное расстояние  $D/f$ , относительное отверстие  $D/f$ , угловое поле  $2\omega$ .

Относительное отверстие  $D/f$  объектива — отношение диаметра  $D$  входного зрачка к фокусному расстоянию объектива, или  $D/f' = 1:K$ , где  $K$  —

диафрагменное число. Апертурная диафрагма в большинстве случаев расположена между линзами (или компонентами) фотообъектива. Входным зрачком является ее мнимое изображение, даваемое частью объектива, стоящей впереди диафрагмы, а выходным зрачком — мнимое изображение, даваемое частью объектива, расположенной позади апертурной диафрагмы.

**Апертурная диафрагма** (обычно ирисовая) в фотообъективах применяется для плавного изменения диаметра с целью изменения освещенности изображения. Относительное отверстие фотообъектива может плавно меняться с помощью ирисовой (от гр. *iris* — радуга) диафрагмы, которая является апертурной. Эта диафрагма (рис.3.23, а)

состоит из заходящих друг за друга тонких непрозрачных дугообразных (серпообразных) пластинок (лепестков) (рис.3.23, б), образующих приблизительно круглое отверстие. Название диафрагмы произошло из-за формы пластинок, напоминающих форму радуги. С

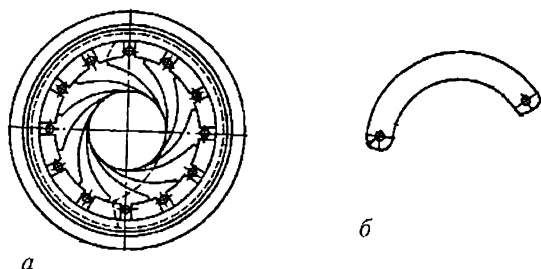


Рис. 3.23. Ирисовая диафрагма: а) внешний вид ирисовой диафрагмы; б) непрозрачная дугообразная (серпообразная) пластинка (лепесток).

помощью специального диафрагменного кольца объектива все пластинки одновременно поворачиваются, плавно изменяя отверстие объектива. Эта диафрагма позволяет регулировать освещенность изображения на пленке.

Наклонные пучки лучей, падающие под углом  $\omega$ , ограничиваются оправами линз, поэтому лучи, дающие изображение на краях снимка, заполняют только часть выходного зрачка. Происходит срезание или виньетирование световых пучков, увеличивающееся к краю снимка.

**Полевой диафрагмой** является прямоугольная рамка кадра. Однако освещенность изображения на краю поля понижается не только вследствие ограничения пучков лучей оправами линз (виньетирования), но также из-за наклона пучков, идущих от точек предмета, находящихся на краю поля и опирающихся на полный размер апертурной диафрагмы. Тогда освещенность изображения по полю  $E'_\omega = k_\omega E'_0 \cos^4 \omega$ , где  $k_\omega$  — коэффициент виньетирования;  $E'_0$  — освещенность изображения в центре поля;  $\omega$  — угол поля.

В объективах с нормальным угловым полем ( $40...65^\circ$ ) коэффициент  $k_\omega$  виньетирования допускается не более 20...30%. Падение освещенности на краю поля особенно велико в широкоугольных объективах. Для увеличения освещенности на краю поля в этих объективах коэффициент виньетирования делают больше единицы. Это достигается введением абберационного виньетирования, которое позволяет увеличить ширину наклонных пучков лучей по отношению к ширине осевого пучка.

**Дополнительные характеристики фотообъектива** — освещенность изображения  $E'_\omega$  по полю, разрешающая способность  $N$ , функция передачи модуляции (ФПМ), длина заднего фокального отрезка  $s'_F$ , спектральный  $\tau_\lambda$  и интегральный  $\tau$  коэффициенты пропускания, коэффициент виньетирования  $k_\omega$ , ортоскопичность  $\Delta u'$ . Задний отрезок  $s'$  фотообъектива — расстояние от опорного торца посадочного диаметра или резьбы фотообъектива до его фокальной плоскости. Интегральный коэффициент  $\tau$  пропускания — отношение светового потока, прошедшего через объектив, к световому потоку  $\Phi$ , падающему на него:  $\tau = \Phi'/\Phi$ .

**Критерий добротности  $C_m$**  оптической схемы фотообъектива, или инвариант Волосова:  $C_m = \frac{D}{f} \operatorname{tg} \omega \sqrt{\frac{f'}{100}} \leq 0,22...0,24$  где  $f'$  — в мм. **Геометрическая светосила фотообъектива** — квадрат относи-

тельного отверстия  $(D/f)^2 = (1/K)^2$  определяет освещенность в плоскости изображения.

**Глубина резко изображаемого пространства** — расстояние  $\Delta$  между двумя плоскостями, в пределах которого диаметры кружков рассеяния в пространстве изображений находятся в пределах разрешающей способности глаза.

**Глубина резкости** — расстояние вдоль оптической оси между точками пространства изображений, которые изображаются в виде кружков рассеяния, не превышающих допустимые значения.

**Классификация фотографических объективов** проводится по четырем основным признакам:

**1. По оптическим схемам** различают объективы в зависимости от числа и формы входящих в них компонентов. Для удобства обозначения типа объектива ему присваивают условное наименование. Например, четырехлинзовые трехкомпонентные нормальные анастигматы имеют наименование "Индустар"; шестилинзовые четырехкомпонентные светосильные объективы — "Гелиос" и т. п.

**2. По основным оптическим характеристикам** — относительному отверстию  $1:K$ , угловому полю  $2\omega$  и фокусному расстоянию  $f'$  различают объективы: светосильные, у которых относительное отверстие больше  $1:2,8$ ; широкоугольные, у которых угловое поле  $2\omega > 60^\circ$ ; длиннофокусные с фокусными расстояниями, превышающими трехкратное значение линейных полей в пространстве изображений

( $f' > 3y'$ , где  $y'$  — полудиagonal кадра-поля изображений); универсальные, у которых  $1:5,6 < D/f' < 1:2,8$ ,  $40^\circ < 2\omega < 60^\circ$ ,  $1,8 y' < f' < 3y'$ .

**3. По принципу геометрического устройства** фото- и кинообъективы можно разделить на следующие виды: нормальные объективы, у которых фокусное расстояние больше заднего фокального отрезка  $s'_F$  и меньше оптической длины  $L$  — расстояния от первой поверхности до фокальной плоскости;

телеобъективы — линзовые объективы, у которых фокусное расстояние больше оптической длины  $L$ ;

реверсивные или обратные телеобъективы — линзовые объективы, фокусное расстояние которых меньше заднего фокального отрезка  $s'_F$ ;

зеркальные объективы — объективы, состоящие только из отражающих (зеркальных) поверхностей;

зеркально-линзовые объективы — объективы, состоящие из зеркальных и линзовых элементов; объективы с переменным фокусным расстоянием — объективы, фокусное расстояние которых может иметь ряд дискретных значений или плавно изменяться в некотором диапазоне;

панкратические объективы: трансфокаторы, состоящие из афокальной панкратической насадки, угловое увеличение которой меняется в заданных пределах, и объектива с постоянным фокусным расстоянием, расположенным за насадкой;

вариообъективы, в которых изменение фокусного расстояния осуществляется за счет непрерывного перемещения одного или нескольких компонентов вдоль оси.

**4. По назначению, т. е. области применения.** Различают объективы фотографические, киносъемочные, аэрофотосъемочные, телевизионные, репродукционные, проекционные, флюорографические, гидросъемочные, астрофотографические, объективы, работающие в УФ и ИК-диапазоне и т. п.

**Ортоскопичность объектива** — степень нарушения геометрического подобия изображения предмету, т. е. требования к коррекции дисторсии (см. раздел "Понятие об аберрациях"). Наиболее строгие требования по величине дисторсии предъявляются к аэросъемочным картографическим объективам, для которых абсолютная дисторсия не более  $0,005...0,01$  мм. Такие объективы называются ортоскопическими.

В зависимости от назначения объектива разрешающая способность может быть от  $50...60 \text{ мм}^{-1}$  в центре до  $30...16 \text{ мм}^{-1}$  на краю поля.

Фотообъектив дает изображение предметов, находящихся не только в плоскости наводки, но и расположенных ближе и дальше этой плоскости. Эти изображения составляют перспективу. Центром перспективы в пространстве изображений является центр выходного зрачка объектива. Для сохранения естественной перспективы получаемые снимки надо рассматривать глазом, помещенным относительно фотоснимка в центр выходного зрачка. Поэтому для сохранения перспективы пространства предметов увеличение, при котором надо рассматривать снимок,  $\beta = 250/f'$ .

**Штатный фотообъектив** — объектив, фокусное расстояние которого удовлетворяет условию естественной перспективы при принятых средних размерах фотокопии.

### 3.2.8. Коллиматор

**Коллиматор** (от collimare — искаженное лат. collineare — направлять по прямой линии) — оптическая система, используемая для получения параллельных лучей, то есть для имитации бесконечно удаленных объектов. Он состоит из длиннофокусного объектива (об), тест-объекта (англ. test — испытание, исследование), установленного в фокальной плоскости (т.  $F'_{об}$ ), и осветительного устройства (рис.3.24). Тест-объект может быть точечной диафрагмой, сеткой, мирой (франц. mire, от mirer — рассматривать на свет, метить). Мира — испытательная пластинка, на которую нанесен стандартный рисунок.

Коллиматор применяется для контроля, юстировки (от нем. justieren — точно выверять, пригонять; лат. justus — правильный, справедливый) и испытания качества оптических приборов. Его фокусное расстояние должно быть примерно в 3—5 раз больше фокусного расстояния испытуемой системы. В этом случае расфокусировка и погрешность установки миры (шкалы) будет мало влиять на точность измерений.

Относительное отверстие объектива коллиматора в 3...5 раз меньше, чем у испытуемой системы, поэтому объектив коллиматора обеспечивает высокое качество в простой конструкции (двухлинзовый объектив). Угловое поле длиннофокусных объективов коллиматоров 1...3°. На рис.3.24 показан ход апертурных и главных лучей, образующих угловое поле  $2\omega$ .

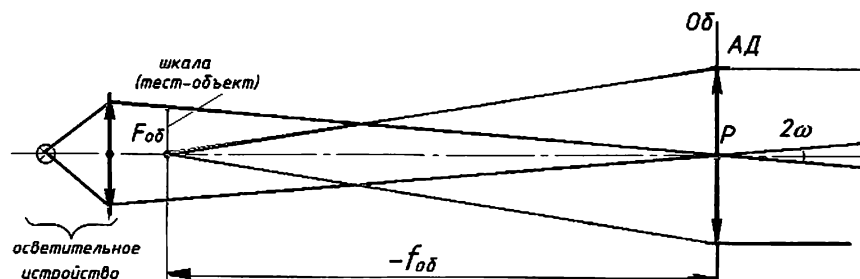


Рис. 3.24. Оптическая схема коллиматора.



### 3.3. Объективы и окуляры визуальных оптических приборов

**Объективы предназначены** для получения действительного изображения предмета, которое рассматривается глазом через окуляр. Они характеризуются следующими оптическими характеристиками: *фокусным расстоянием  $f$  (или линейным увеличением  $\beta$ ), относительным отверстием  $D/f$  (или числовой апертурой  $A$ ), угловым полем  $2\omega$  в пространстве предметов (или линейным полем  $2y$ ), разрешающей способностью  $\psi$  в центре и на краю поля, конструктивными параметрами и остаточными aberrациями* (см. раздел "Понятие об aberrациях").

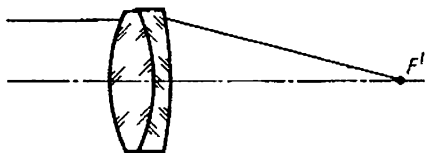
Угловое поле объективов зрительных труб геодезических приборов обычно небольшое. Оно определяется угловым полем окуляра и видимым увеличением зрительной трубы. В геодезических трубах при увеличении  $25...30\times$  угловое поле составляет  $1...2^\circ$ , в других телескопических системах редко превышает  $10...15^\circ$ . Фокусное расстояние составляет  $250...500$  мм., а иногда и больше, относительное отверстие  $1:5...1:10$ .

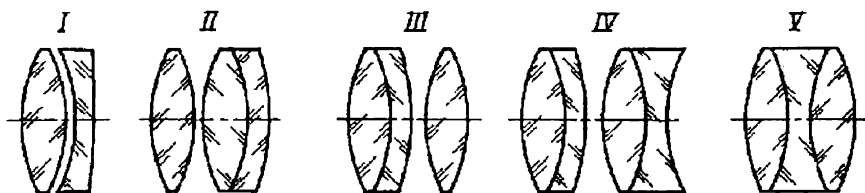
В зрительных трубах большого увеличения (свыше  $20\times$ ) площадь сечения пучков, проходящих через объектив, велика, углы этих пучков с оптической осью малы, поэтому в объективах нет необходимости исправлять полевые aberrации. Достаточно исправить сферическую aberrацию, меридиональную кому (выполнить условие синусов), хроматизм положения и по возможности вторичный спектр (см. раздел "Понятие об aberrациях"). В трубах малого увеличения возникает необходимость исправления полевых aberrаций. Остаточные aberrации зрительных труб принято выражать в угловой и диоптрийной мере. Чтобы эти aberrации не вызывали значительного ухудшения изображения, их значения не должны превышать  $1'...2'$  или  $3...4$  дптр (aberrаций глаза человека).

Наиболее распространенными объективами зрительных труб являются двухлинзовые склеенные объективы.

Объектив дает хорошее изображение при угловом поле до  $10^\circ$ , при небольшом относительном отверстии и при дополнительной компенсации aberrаций другими компонентами системы.

Двухлинзовый несклеенный объектив (I) имеет практически





такие же характеристики, как склеенный, однако позволяет получить точно заданное фокусное расстояние путем изменения в небольших пределах воздушного промежутка между линзами, что очень важно в таких системах, как внутрибазовые дальнометры, коллиматоры и др. Применяются также и трехлинзовые объективы из двух положительных компонентов (II, III) и четырехлинзовые объективы (IV). Такие системы имеют повышенные оптические характеристики и лучшую абберрационную коррекцию.

В объективах телескопических систем с угловым полем  $2\omega < 10^\circ$  исправляют хроматизм положения, сферическую абберацию и меридиональную кому, или эти абберации компенсируют остальной частью системы, например, оборачивающей системой в трубах прямого изображения или окуляром.

В качестве объективов зрительных труб используют двух- и трехкомпонентные **телеобъективы**, а также **зеркально-линзовые объективы**.

Оптические схемы телеобъективов, их коэффициенты телесокращения и относительные отверстия приведены в табл. 1 (см. 3.2.3).

В зрительных трубах геодезических приборов применяются также **зеркально-линзовые телеобъективы**, позволяющие получать коэффициент телесокращения  $m = 0,3...0,4$ .

Если после телеобъектива поставить окуляр, совместив т.  $F'_{об}$  с т.  $F_{ок}$ , выполнив тем самым условие  $\Delta = 0$ , то получится телескопическая система Кеплера — **зрительная труба с внутренней фокусировкой**.

**Окуляр** (от лат. oculus — глаз) — обращенная к глазу наблюдателя часть оптической системы. Служит для визуального рассматривания действительного изображения, которое формирует объектив или другая предшествующая окуляру часть системы, например, сочетание объектива и оборачивающей системы. По своему действию окуляр сходен с лупой.

**Окуляр характеризуется фокусным расстоянием  $f'_{ок}$**  (обычно 10...40 мм) **или окулярным увеличением  $\Gamma_{ок} = 250/f'_{ок}$** , **относитель-**

**ным отверстием  $D/f'_{ок}$ , или диаметром  $D'$  выходного зрачка, передним фокальным отрезком  $s_F$ , удалением выходного зрачка  $s'_p$ , угловым полем  $2\omega$ , конструктивными параметрами и остаточными aberrациями.**

Удаление выходного зрачка  $s'_p$ , колеблется в диапазоне  $(0,4...0,5) f'_{ок}$ . Если  $s'_p/f'_{ок} \geq 1$ , то такие окуляры называются окулярами с удаленным зрачком. В зависимости от углового поля  $2\omega$  окуляры бывают следующих типов: с нормальным полем  $2\omega < 55^\circ$  (в геодезических приборах  $2\omega \approx 40^\circ$ ); с увеличенным полем  $2\omega = 55...70^\circ$ ; широкоугольные  $2\omega > 70^\circ$ .

В телескопической системе Галилея используют окуляры с отрицательным фокусным расстоянием, которые, как правило, рассчитывают совместно с объективом. Для труб Кеплера окуляр обычно подбирают из каталогов или рассчитывают таким образом, чтобы его aberrации компенсировали aberrации предыдущей системы.

**Основные типы окуляров**, применяемых в зрительных трубах различного назначения и микроскопах, показаны на рис. 3.25.

**Окуляр Рамсдена** (рис.3.25, а) состоит из двух плосковыпуклых линз, обращенных сферическими поверхностями друг к другу. Первая линза — коллективная, вторая — глазная. Хроматизм не исправлен. Полевые aberrации исправлены для угла  $2\omega = 30...40^\circ$ . Удаление выходного зрачка  $s'_p = (1/3...1/4) f'_{ок}$ . Применяется в визирных микроскопах

**Окуляр Гюйгенса** (рис.3.25, б) состоит из двух плосковыпуклых линз, сферические поверхности которых обращены к объективу. Полевая диафрагма (оправа сетки) находится между линзами. Угловое поле окуляра до  $50^\circ$ . Удаление выходного зрачка  $s'_p = 1/3 f'_{ок}$ . Применяется в визирных микроскопах.

**Окуляр Кельнера** (рис.3.25, в) представляет собой усовершенствованную конструкцию окуляра Рамсдена. Второй компонент (глазная линза) — двухлинзовый склеенный, что позволяет улучшить aberrационную коррекцию окуляра. Поле  $2\omega = 40...50^\circ$ ; передний фокальный отрезок  $s_F = -1/3 f'_k$ ; удаление выходного зрачка  $s'_p = 1/2 f'_{ок}$ . До последнего времени окуляр Кельнера широко применяется в биноклях, зрительных трубах и других оптических приборах.

**Симметричный окуляр** (рис.3.25, е) состоит из двух одинаковых двухлинзовых склеенных компонентов, обращенных друг к другу положительных линз и разделенных небольшим  $(0,1...0,5$  мм) воздушным промежутком. В пределах угла поля  $2\omega = 40^\circ$  хо-

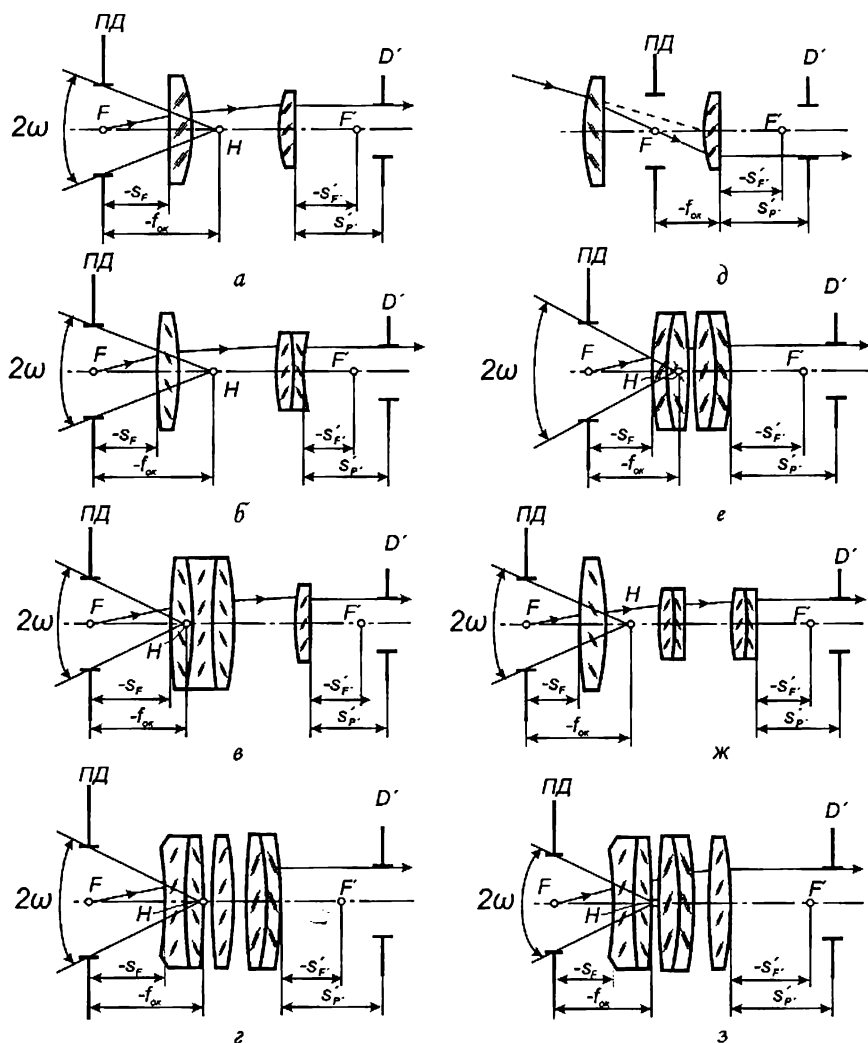


Рис. 3.25. Окуляры телескопических систем и систем микроскопов.

рошо исправлены aberrации. Передний фокальный отрезок  $s_F$  примерно равен удалению выходного зрачка  $s'_p$  и составляет  $3/4 f_{ок}$ . Симметричный окуляр широко применяется в различных телескопических приборах в частности, в зрительных трубах геодезических инструментов, а также в микроскопах.

**Ортокоспический окуляр** (рис.3.25, в) окуляр с хорошо исправленными аберрациями, особенно дисторсией (4...10%). Глазная линза такого окуляра одиночная, иногда плосковыпуклая. Первый компонент — трехлинзовый склеенный. Угловое поле  $2\omega = 40^\circ$ , передний фокальный отрезок  $s_F = -1/2 f_{ок}$ ; удаление выходного зрачка  $s'_p = 3/4 f_{ок}$ . Используется преимущественно в измерительных приборах и отсчетных микроскопах.

**Широкоугольный окуляр Эрфле первого типа** (рис.3.25, ж). Окуляр имеет следующие характеристики: угловое поле  $2\omega = 65^\circ$ , в пределах которого исправлены полевые аберрации; передний фокальный отрезок  $s_F = -1/5 f_{ок}$ ; удаление выходного зрачка  $s'_p = 1/2 f_{ок}$ . В окуляре этого типа коллективная линза одиночная, а глазная — двухкомпонентная, каждый компонент которой состоит из двух склеенных линз.

**Широкоугольный окуляр Эрфле второго типа** (рис.3.25, з). Как и предыдущий окуляр, он состоит из пяти линз. Первый и третий компоненты — двухлинзовые склеенные, а второй компонент — однолинзовый. Угловое поле окуляра Эрфле второго типа  $2\omega = 60...65^\circ$ , передний фокальный отрезок, удаление выходного зрачка, дисторсия на краю поля 10%. Применяется в наблюдательных приборах.

**Окуляр с удаленным зрачком** (рис.3.25, з). Это пятилинзовый окуляр, первый и второй компоненты которого склеены из двух линз. Угловое поле  $2\omega = 45^\circ$ , удаление выходного зрачка, передний фокальный отрезок. Применяется при наблюдении в защитных очках.

**К специальным окулярам** следует отнести сверхширокоугольные окуляры ( $2\omega = 70...120^\circ$ ), окуляры с внутренней фокусировкой, которые применяются в герметичных приборах, окуляры для высокоточных геодезических приборов, рассчитанные ГОИ, окуляры с асферическими поверхностями и автоколлимационные окуляры.

## 4. ОПТИКА ПАРАКСИАЛЬНЫХ ЛУЧЕЙ

### 4.1. Преломление лучей сферической поверхностью

В оптических системах чаще всего используются сферические преломляющие и отражающие поверхности. Это связано с относительной простотой изготовления и контроля таких поверхностей.

Лучи, образующие с оптической осью углы  $\sigma$  конечных размеров, называются *действительными*.

Если луч  $AE$  идет в меридиональной плоскости (плоскости чертежа), то его положение в пространстве предметов можно задать двумя координатами: отрезком  $s$  — расстоянием от вершины поверхности (т.  $O$ ) до точки пересечения луча с оптической осью (т.  $A$ ) и углом  $\sigma$  между оптической осью и лучом  $AE$  (рис. 4.1).

Начало системы координат расположено в вершине сферической преломляющей поверхности (т.  $O$ ). Положение центра кривизны (т.  $C$ ) сферической поверхности задано радиусом кривизны  $r$ , отсчитываемым от вершины поверхности.

Луч  $AE$ , идущий из среды с показателем преломления  $n$  в среду с показателем преломления  $n'$ , при прохождении через сферическую преломляющую поверхность образует с нормалью  $NN$  к поверхности в точке падения  $E$  углы падения и преломления  $\epsilon$  и  $\epsilon'$  соответственно. Нормалью  $NN$  к сферической поверхности является ее радиус кривизны, который образует с оптической осью угол

$\phi$ . Положение преломленного луча  $EA'$  в пространстве изображений определяется координатами  $\tilde{s}'$  расстоянием от вершины поверхности до точки пересечения луча с оптической осью и углом  $\sigma'$  — углом между оптической осью и лучом  $EA'$ . Эти координаты можно вычислить, используя закон преломления.

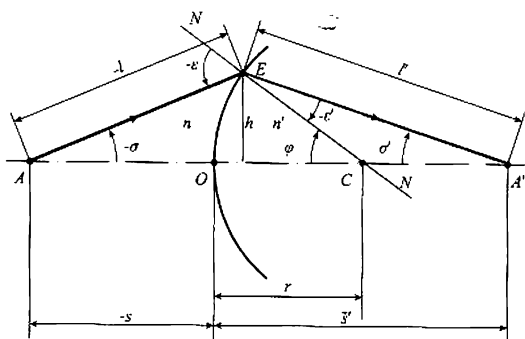


Рис. 4.1. Преломление лучей сферической поверхностью.

Из треугольника  $AEC$  по теореме синусов запишем:

$$\frac{r}{-\sin\sigma} = \frac{r-s}{\sin(180^\circ + \varepsilon)}, \text{ тогда} \quad (4.1)$$

$\sin\varepsilon = \frac{(r-s)\sin\sigma}{r}$  и по закону преломления

$$\sin\varepsilon' = \frac{n\sin\varepsilon}{n'}. \quad (4.2)$$

Углы  $\varepsilon$  и  $\varphi$  являются внешними углами в треугольниках  $AEC$  и  $A'EC$  соответственно, поэтому  $-\varepsilon = \varphi - \sigma$ ,  $\varphi = \sigma' - \varepsilon'$ , тогда

$$\sigma' = \sigma + \varepsilon' - \varepsilon. \quad (4.3)$$

По теореме синусов из треугольника  $A'EC$  запишем:

$$\frac{r}{\sin\sigma'} = \frac{(\tilde{s}' - r)}{\sin(-\varepsilon')}, \text{ тогда}$$

$$\tilde{s}' = r \left( 1 - \frac{\sin\varepsilon'}{\sin\sigma'} \right). \quad (4.4)$$

Формулы (4.1)...(4.4) дают возможность рассчитать координаты  $\tilde{s}'$ ,  $\sigma'$  луча в пространстве изображений по заданным координатам луча  $s$ ,  $\sigma$  в пространстве предметов и известным величинам  $r$ ,  $n$ ,  $n'$  при прохождении луча через сферическую преломляющую поверхность.

Формулы (4.1), (4.2) и (4.4) позволяют после несложных алгебраических преобразований получить :

$$\frac{(r-s)n\sin\sigma}{r} = \frac{(r-\tilde{s}')n'\sin\sigma'}{r}, \quad (4.5)$$

$$\text{тогда } \tilde{s}' = r - (r-s) \frac{n\sin\sigma}{n'\sin\sigma'}. \quad (4.6)$$

Из рис.4.1 видно, что

$$\sin\sigma = h/l, \text{ а } \sin\sigma' = h/l', \quad (4.7)$$

где  $l$ ,  $l'$  — геометрические длины хода лучей (отрезки  $AE$  и  $A'E$ ) в пространстве предметов и изображений соответственно, тогда из (4.5) найдем, что

$$\frac{n(r-s)}{rl} = \frac{n'(r-\tilde{s}')}{r'l'} = \tilde{Q}_s. \quad (4.8)$$

Таким образом, *величина  $\tilde{Q}_s$  после преломления луча на сферической поверхности остается неизменной для этой поверхности*. Формула (4.8) выражает *инвариант преломления Аббе для действительного луча*.

При переходе по ходу луча к следующей поверхности оптической системы величина  $\tilde{Q}_s$  изменяет свое значение, поэтому инвариант преломления Аббе является неполным инвариантом.

Координата  $\tilde{s}'$ , определяющая положение точки  $A'$  относительно вершины сферической преломляющей поверхности, в соответствии с формулами (4.6), (4.1), (4.2), (4.3) является функцией угла  $\sigma$ . Таким образом, лучи, выходящие из осевой точки предмета (т. А) под разными углами  $\sigma$ , в пространстве изображений не будут пересекать оптическую ось в одной точке (т.  $A'$ ). Следовательно, сферическая преломляющая поверхность нарушает гомоцентричность пучка лучей и не является идеальной оптической системой. Нарушение гомоцентричности пучка лучей называется *абберацией (искажением) оптической системы*.

## 4.2. Параксиальные лучи

*Параксиальными* называются лучи, идущие через оптическую систему на бесконечно малом расстоянии от оптической оси и образующие с оптической осью и с нормальными к поверхностям бесконечно малые углы. Область вблизи оптической оси, в которой распространяются параксиальные лучи, называется *параксиальной областью*.

В параксиальной области углы  $\sigma$ ,  $\sigma'$ ,  $\epsilon$ ,  $\epsilon'$  и высота  $h$  бесконечно малы, поэтому геометрические длины хода лучей  $l$ ,  $l'$  в пространстве предметов и изображений соответственно будут стремиться к отрезкам  $s$ ,  $\tilde{s}'$  (рис.4.1), тогда из формулы (4.8) получим инвариант Аббе в параксиальной области (см. 4.3), из которого после преобразований имеем:

$$\frac{n'}{\tilde{s}'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{r} - \text{уравнение параксиального луча в отрезках.} \quad (4.9)$$



Из формулы (4.9) следует, что при заданной координате  $s$  (определяет положение предметной точки  $A$ ) и известных  $n, n', r$ , значение координаты  $s'$  (определяет положение точки  $A'$ ) не зависит от угла  $\sigma$ . Следовательно, в параксиальной области все лучи, выходящие из предметной точки  $A$ , в пространстве изображений пересекаются в точке  $A'$ , то есть **параксиальная область обладает свойствами идеальной оптической системы**.

Углы  $\sigma, \sigma'$  (между оптической осью и лучами) в параксиальной области принято обозначать  $\alpha, \alpha'$ . Заменяя в формулах (4.7) величины углов  $\sigma, \sigma'$  на величины углов  $\alpha, \alpha'$ , а также отрезки  $l, l'$  на отрезки  $s, s'$  и учитывая малость углов  $\alpha, \alpha'$ , запишем:

$$\sin \alpha = h/s = \tan \alpha = \alpha; \sin \alpha' = h/s' = \tan \alpha' = \alpha', \quad (4.10)$$

где  $\alpha, \alpha'$  — углы параксиального луча, выраженные в радианах.

Умножая левую и правую части уравнения (4.9) на высоту  $h$ , получим с учетом (4.10)

$$n'\alpha' - n\alpha = h(n' - n)/r \quad (4.11)$$

— **уравнение параксиального луча в углах и высотах**.

Выражение (4.11) позволяет рассчитать ход параксиального луча только через одну поверхность. При расчете луча через несколько поверхностей необходимо последовательно переносить начало координат в вершину следующей по ходу луча поверхности. Вводя в формулу (4.11) подстрочные индексы, соответствующие номеру поверхности по ходу луча (рис.4.2), запишем :

$$n_{v+1}\alpha_{v+1} - n_v\alpha_v = h_v(n_{v+1} - n_v)/r_v, \quad (4.12)$$

где  $v = 1, 2, \dots, k$ ;  $k$  — количество поверхностей в оптической системе.

Из простых геометрических соотношений (рис.4.2) с учетом малости величин  $\alpha$  и  $h$  следует, что переход от высоты поверхности с номером  $v$  к высоте поверхности с номером  $v + 1$  осуществляется по формуле:

$$h_{v+1} = h_v - d_v\alpha_{v+1}, \quad (4.13)$$

где  $d_v$  — расстояние между вершинами поверхностей с номерами  $v$  и  $v + 1$ .

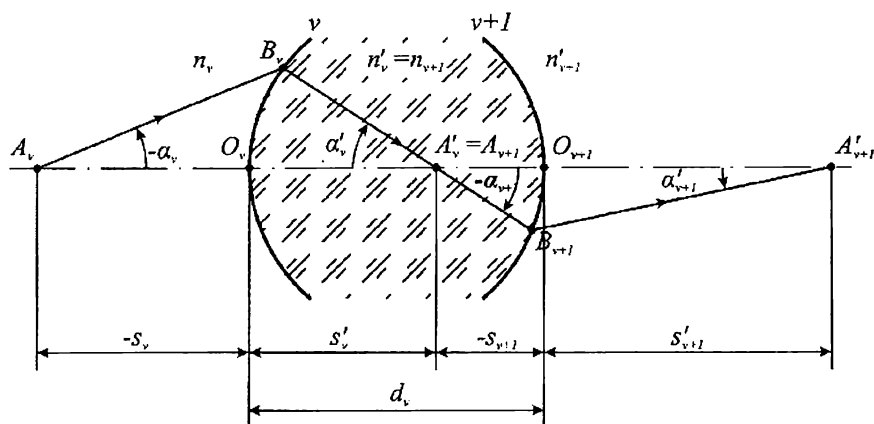


Рис. 4.2. Ход параксиального луча через систему из нескольких сферических поверхностей.

Формулы (4.12) и (4.13) позволяют рассчитать ход параксиального луча через оптическую систему, содержащую любое количество поверхностей.

### 4.3. Инварианты для параксиальной области

В параксиальной области вследствие малости углов  $\epsilon$  и  $\epsilon'$  закон преломления записывают в виде  $n \epsilon = n' \epsilon'$  и называют **оптическим инвариантом**.

**Инвариант преломления Аббе в параксиальной области** определяется выражением  $n(1/r - 1/s) = n'(1/r - 1/s') = Q_s$  так как в параксиальной области геометрические длины хода луча  $l, l'$  стремятся к длинам отрезков  $s, s'$ .

В геометрической оптике важную роль играет соотношение, названное в честь его авторов **инвариантом Лагранжа-Гельмгольца**. Построим изображение отрезка  $AB$  ( $y$ ), перпендикулярного оптической оси ( $OC$ ), через сферическую преломляющую поверхность радиуса  $r$  (рис.4.3).

Так как параксиальная область обладает свойствами идеальной оптической системы, то изображение  $A'B' = y'$  находится в плоскости, перпендикулярной оптической оси и проходящей через т.  $A'$ , сопряженную с т.  $A$ . Чтобы найти положение точки  $B'$ , достаточно построить луч  $BC$ , проходящий через центр кривизны (т.  $C$ )

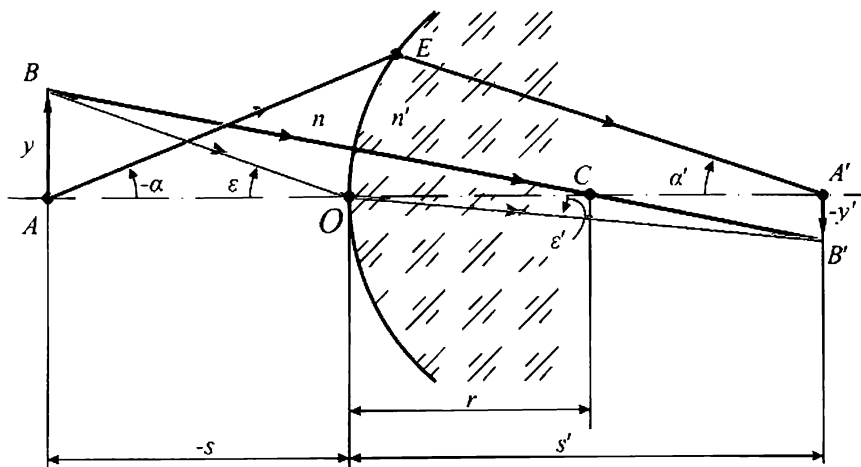


Рис. 4.3. Геометрическая интерпретация инварианта Лагранжа—Гельмгольца.

сферической преломляющей поверхности. Этот луч, в соответствии с законом преломления, пройдет через сферическую поверхность без преломления, так как он совпадает с нормалью к поверхности (радиусом кривизны) и для него углы падения и преломления равны нулю.

Луч  $BO$  (рис.4.3) образует с нормалью к поверхности (в данном случае нормалью является оптическая ось) углы падения и преломления  $\epsilon, \epsilon'$  соответственно и в пространстве изображений проходит через т.  $B'$ , так как в параксиальной области гомоцентричность пучков лучей не нарушается. Из прямоугольных треугольников  $ABO$  и  $A'B'O'$  имеем:

$$y = \epsilon (-s); -y' = \epsilon' s', \text{ тогда} \\ y'/y = (\epsilon' s') / (\epsilon s) = (\epsilon' / \epsilon)(s'/s). \quad (4.16)$$

Используя оптический инвариант, запишем  $\epsilon' / \epsilon = n / n'$ , тогда из (4.16) следует, что

$$y'/y = (n / n') (s'/s). \quad (4.17)$$

Высота падения  $h$  луча  $AE$  (рис.4.3) на сферическую преломляющую поверхность в параксиальной области мала, поэтому ос-

нование перпендикуляра, опущенного из т.  $E$  на оптическую ось, находится на бесконечно малом расстоянии от т.  $O$ , тогда

$$h = (-\alpha) (-s) = \alpha' s', \text{ или } s'/s = \alpha / \alpha'.$$

Подставляя последнее соотношение в уравнение (4.17), получим

$$y'/y = (n\alpha) / (n'\alpha'), \text{ откуда } ny\alpha = n'y'\alpha' = I, \quad (4.18)$$

где  $I$  — *инвариант Лагранжа—Гельмгольца в параксиальной области*.

Произведение величин  $n$ ,  $y$ ,  $\alpha$  постоянно в любом пространстве, следовательно, *инвариант Лагранжа—Гельмгольца — полный инвариант*. Вводя в (4.18) подстрочные индексы, соответствующие номеру поверхности по ходу луча, запишем

$$I = n_v y_v \alpha_v = const.$$

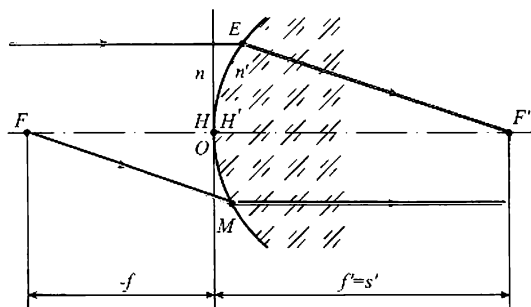
#### 4.4. Фокусные расстояния сферической преломляющей поверхности

Сферическая преломляющая поверхность представляет собой простейшую оптическую систему. Для определения кардинальных элементов сферической преломляющей поверхности воспользуемся инвариантом Аббе в параксиальной области.

Параксиальный луч, идущий в пространстве предметов параллельно оптической оси, выходит из бесконечно удаленной осевой точки пространства предметов, поэтому  $1/s = 0$ . После преломления в т.  $E$  на сферической поверхности этот луч пройдет через задний фокус  $F'$  (рис.4.4). Основание перпендикуляра, опущенного из т.  $E$  на оптическую ось расположено на бесконечно малом расстоянии от т.  $O$ , следовательно, задняя главная плоскость проходит через вершину сферической преломляющей поверхности, а заднее фокусное расстояние  $f' = s'$ , тогда из (4.15) следует

$$f' = (n' r) / (n' - n). \quad (4.19)$$

Рис. 4.4. Фокусные расстояния сферической преломляющей поверхности.



Используя аналогичные рассуждения, можно доказать, что передняя главная плоскость проходит через вершину сферической преломляющей поверхности, а переднее фокусное расстояние равно

$$f = (n r)/(n - n'). \quad (4.20)$$

Таким образом, передняя и задняя главные плоскости сферической преломляющей поверхности совпадают и проходят через ее вершину, а фокусные расстояния вычисляются по формулам (4.19) и (4.20).

Оптическую силу  $\Phi$  сферической преломляющей поверхности можно найти из выражений (4.19), (4.20):

$$\Phi = n'/f' = -n/f = (n' - n)/r.$$

#### 4.5. Вспомогательные лучи

При расчете и проектировании оптических систем возникает необходимость рассчитывать ход лучей через поверхности при конечных углах лучей с оптической осью и конечных высотах на преломляющих поверхностях.

Рассмотренные выше параксиальные лучи для этих целей непригодны из-за бесконечно малых значений углов и высот. Формулы для идеальной системы также нельзя использовать, так как в них отсутствуют радиусы кривизны поверхностей, а формулы для действительных лучей довольно сложны, поэтому было введено понятие **вспомогательного луча**.

Вспомогательным лучом называется луч, преломление (отражение) которого происходит не на поверхностях, а на совмещенных главных плоскостях этих поверхностей. Он идет на конечном

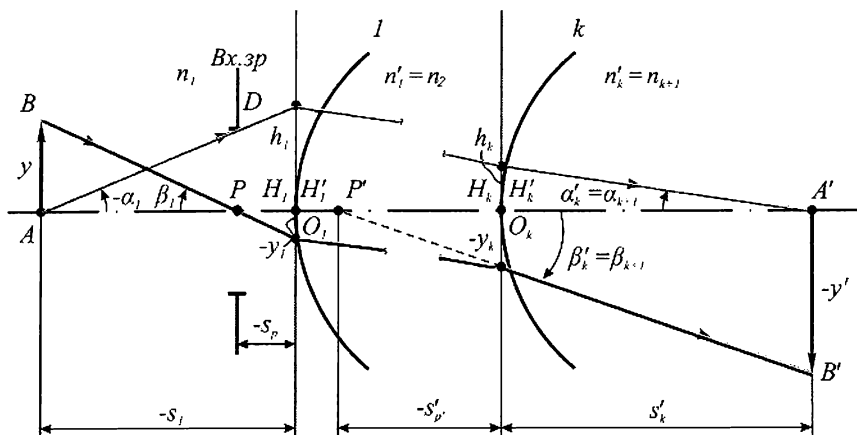


Рис. 4.5. Ход первого и второго вспомогательных лучей.

расстоянии от оптической оси и образует с оптической осью углы конечной величины, но его координаты вычисляются по формулам (4.12) и (4.13) параксиальной оптики.

В реальной оптической системе вспомогательных лучей не существует.

Среди множества вспомогательных лучей можно выделить два луча, расчет координат которых позволяет определить для оптической системы линейное или угловое увеличения, фокусное расстояние, положения зрачков, плоскости изображения, величины изображений и т. д.

**Первый вспомогательный луч** выходит из осевой точки предмета (т.А) и в пространстве предметов имеет координаты  $\alpha_1$  и  $h_1 = \alpha_1 s_1$  (рис.4.5). С помощью расчета координат первого вспомогательного луча можно найти положение изображения — отрезок  $s'_v$  и линейное увеличение  $\beta$  не только для всей оптической системы, но и после любой поверхности с номером  $v$  ( $v = 1, 2, \dots, k$ ):

$$s'_v = h_v / \alpha_{v+1}; \quad \alpha = n_1 \alpha_1 / n_{v+1} \alpha_{v+1}.$$

**Второй вспомогательный луч** выходит из внеосевой точки В предмета АВ, проходит через точку Р — центр входного зрачка и в пространстве предметов имеет координаты  $\beta_1$  и  $y_1 = \beta_1 s_p$  (рис.4.5). Расчет координат второго вспомогательного луча можно найти положение  $s'_p$  выходного зрачка и линейное увеличение  $\beta_p$  в зрачках:

$$s'_p = y_v / \beta_{v+1}; \quad \beta_p = \beta_1 n_1 / n_{v+1} \beta_{v+1}.$$

## 5. ПОНЯТИЕ ОБ АБЕРРАЦИЯХ

### 5.1. Особенности перехода от идеальной оптической системы к реальной системе

В реальных оптических системах свойства кардинальных точек, на которых базируется идеальная система, проявляются только в параксиальной области, где закон преломления можно представить в виде:  $n \cdot \operatorname{tg} \varepsilon = n' \cdot \operatorname{tg} \varepsilon'$  или  $n \cdot \varepsilon = n' \cdot \varepsilon'$  вследствие малости углов падения и преломления (или отражения).

При переходе от идеальной оптической системы к реальной сохраняют оптическую силу каждой линзы и всей системы. Так как реальная линза имеет радиусы кривизны поверхностей, толщину и показатель преломления оптического материала, из которого она будет изготавливаться, то вычисление характеристик такой линзы и системы в целом производится по формулам параксиального луча. Эти характеристики совпадают с характеристиками линз и всей идеальной системы.

При рассмотрении идеальной оптической системы предполагалось, что свет является достаточно монохроматичным (гр. *monos* — один, единственный + *chromatikos* — цветной, окрашенный), т. е. практически содержит излучение одной длины волны. Вследствие этого характеристики линзы и системы вычисляются для одной **основной** длины волны  $\lambda_0$ , в то время как в линзу или более сложную оптическую систему поступает оптическое излучение в диапазоне длин волн  $\lambda_1 \dots \lambda_2$ . Этот диапазон называется **спектральным диапазоном**, или **диапазоном спектра**. Обычно  $\lambda_0 = (\lambda_1 + \lambda_2)/2$ , причем  $\lambda_1 < \lambda_2$ .

### 5.2. Изображение точки реальной оптической системой

Реальные оптические системы дают идеальное изображение только в параксиальной области и лишь для монохроматического света. Исключением являются плоское зеркало (или система плоских зеркал), плоскопараллельная пластина, установленная в параллельных пучках лучей, и ряд других частных случаев. За пределами параксиальной области даже в монохроматическом свете изображение в реальных оптических системах становится не

вполне отчетливым, нерезким. Точка изображается пятном рассеяния, нарушается гомоцентричность пучка лучей. Помимо этого появляется непостоянство увеличения в плоскости изображения, что приводит к нарушению формы (деформации) изображения. Изображение отличается от идеального.

Реальная оптическая система (кроме зеркальной), в которую поступает излучение в диапазоне спектра  $\lambda_1 \dots \lambda_2$ , не дает идеального изображения даже в параксиальной области вследствие дисперсии света. Появляется окрашивание изображения, цветной ореол. В зеркальной системе нет преломляющей среды, поэтому не возникает разложения света на отдельные монохроматические составляющие.

**Искажение, или погрешность изображения, отклонение его от идеального называется аберрацией системы (лат. aberratio, aberrare — отклоняться).**

Аберрации, появляющиеся в оптической системе при формировании (построении) изображения излучением одной длины волны, называются **монохроматическими**.

Аберрации, вызывающие окрашивание изображения, называются **хроматическими**. Они появляются при формировании изображения в линзовых системах оптическим излучением в пределах спектрального диапазона  $\lambda_1 \dots \lambda_2$ .

В оптических системах, содержащих линзовые компоненты и работающих в определенном спектральном диапазоне, изображение искажается и монохроматическими и хроматическими аберрациями.

Из-за аберраций нарушается степень соответствия изображения предмету, нарушается передача цвета, каждая точка предмета изображается пятном (кружком) рассеяния. В этом случае говорят об ухудшении качества изображения. Оно прежде всего оценивается по размеру, форме пятна и распределению энергии в пятне рассеяния.

Для количественной оценки аберраций через систему, состоящую из оптических деталей с известными радиусами кривизны поверхностей, толщинами и показателями преломления сред, рассчитываются ход действительного луча и ход параксиального луча. **Действительным** называют луч, идущий во входной зрачок реальной оптической системы на конечной (т. е. отличной от нуля) высоте и подчиняющийся закону преломления или отражения. Поэтому ход действительного луча вычисляется с использованием закона преломления  $n \cdot \sin \varepsilon = n' \cdot \sin \varepsilon'$  (или отражения



$\varepsilon = -\varepsilon$ ). Ход параксиального луча, идущего во входной зрачок реальной системы на высоте, равной нулю, считается по формуле  $n \cdot t g \varepsilon = n' \cdot t g \varepsilon'$ , представляющей собой закон преломления (или отражения) для параксиальной области.

**Координаты действительного луча** в пространстве изображений отличаются от идеальных (параксиальных). Координатами лучей называют отрезки, определяющие положение изображений, и углы соответствующих лучей с оптической осью. Отличие действительной координаты от идеальной (параксиальной) называется аберрацией (точнее, является мерой аберрации). Аберрацию можно определить как разность линейных или угловых координат действительных и параксиальных лучей.

**Аберрации отсутствуют в том случае, если луч идет по нормали к поверхности, когда углы падения и преломления (или отражения) равны нулю.**

Кроме этого, в случае образования изображения излучением в пределах диапазона спектра  $\lambda_1 \dots \lambda_2$  даже в параксиальной области координаты лучей для длин волн  $\lambda_1 \dots \lambda_2$  окажутся разными. В этом случае аберрация, называемая хроматической, представляет собой разность координат лучей (параксиальных или действительных) для длин волн  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ .

Только зеркальные системы не вносят хроматической аберрации. Линзовые системы не вносят хроматизм при работе в строго монохроматическом свете.

Образование изображения в реальной оптической системе имеет еще одну особенность. Изображаемые предметы обычно бывают пространственными, а не плоскими. Получаемое же изображение (на сетчатке глаза, на фотопластинке или другом приемнике) — практически плоское.

Главная задача оптической системы состоит в образовании правильного (неискаженного аберрациями) изображения предмета, которое в простейшем случае представляет собой плоскую картину, расположенную перпендикулярно оптической оси. Аберрации оптических систем нельзя устранить, кроме редких частных случаев, включая использование асферических поверхностей. Аберрации можно уменьшить (исправить) до требуемой величины, чтобы пятно рассеяния или искажения формы не превышали допустимого размера.

### 5.3. Классификация aberrаций

Аберрации возникают по разным причинам. В зависимости от этих причин и области их проявления (точка на оси или точка вне оси; действительная или параксиальная область) аберрации разделяются на группы. Ниже приведена классификация aberrаций.

#### Аберрации оптической системы

Хроматические		Монохроматические	
Для точки на оси	Для точки вне оси	Для точки на оси	Для точки вне оси
хроматизм положения, вторичный спектр	хроматизм увеличения	сферическая aberrация	кома, астигматизм, кривизна поля изображения, дисторсия

### 5.4. Хроматические aberrации

При прохождении через границу раздела сред с разными показателями преломления оптическое излучение сложного спектрального состава разделяется на отдельные монохроматические составляющие. Это явление возникает вследствие **дисперсии света** — зависимости показателя преломления  $n$  среды от длины волны  $\lambda$  (или частоты  $\nu$ ). Впервые разложение в спектр пучка белого света при прохождении через призму, а затем и дисперсия света были открыты И. Ньютоном.

Для оптических стекол (или других оптических материалов) характерна **нормальная дисперсия**, когда показатель преломления  $n$  обратно пропорционален длине волны  $\lambda$ . Поэтому лучи более короткой длины волны, например,  $\lambda_F = 480$  нм (синяя линия) преломляются сильнее, чем лучи с большей длиной волны (рис. 5.1), например,  $\lambda_C = 643,8$  нм (красная линия). Причина этого — нормальная дисперсия, когда  $n_{\lambda_1} > n_{\lambda_2}$ , если  $\lambda_2 > \lambda_1$ . Здесь  $n_F > n_C$ .

Пусть на оптическую систему (рис. 5.1) падает пучок естественного белого света, где  $\lambda_1 = \lambda_F$ ,  $\lambda_0 = \lambda_0$ ,  $\lambda_2 = \lambda_C$ , что соответствует видимому диапазону спектра. После преломления в оптической системе этот пучок разложится на цветные пучки

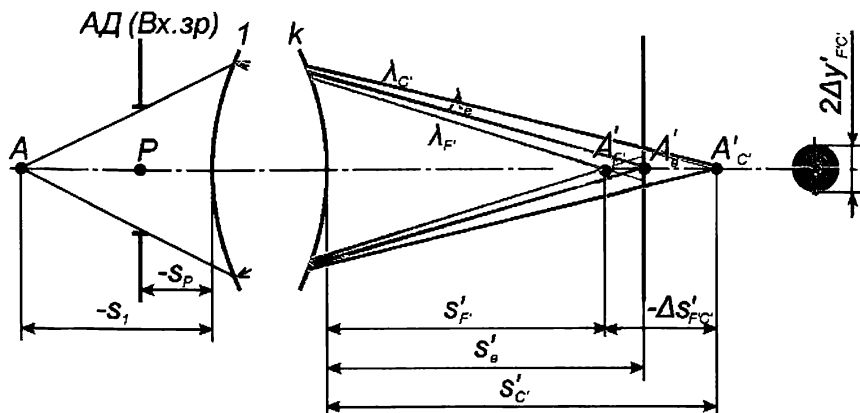


Рис. 5.1. Хроматическая aberrация положения изображения.

(монохроматические) вследствие дисперсии света. Преломленный пучок синего цвета ( $F$ ) даст изображение осевой точки в точке  $A'_F$ , для зеленого цвета ( $e$ ) — в точке  $A'_e$ , а для красного — ( $C$ ) — в точке  $A'_C$ . Пучки лучей других цветов дают изображения в точках, расположенных вблизи точек  $A'_F$  и  $A'_C$ , и на рис.5.1 не показаны.

Положения осевых точек  $A'_F$ ,  $A'_e$  и  $A'_C$  характеризуются соответствующими координатами  $s'_F$ ,  $s'_e$ ,  $s'_C$  в параксиальной области или  $\tilde{s}'_F$ ,  $\tilde{s}'_e$ ,  $\tilde{s}'_C$  — для действительной области. **Разность координат  $\Delta s'_{F,C} = s'_F - s'_C$  называется хроматической aberrацией положения изображения, или хроматизмом положения в параксиальной области.** По аналогии **хроматизм положения в действительной области** для определенной высоты падения луча в плоскости входного зрачка  $\Delta \tilde{s}'_{FC} = \tilde{s}'_F - \tilde{s}'_C$ . Это aberrация точки на оси. Начало отсчета — точка  $A'_C$ , поэтому на рис.5.1  $\Delta s'_{FC} < 0$ .

Обычно за плоскость изображения (плоскость анализа) принимают плоскость параксиального изображения для  $\lambda_0$ , в данном случае для  $e$ , определяемую отрезком  $s'_e$ . Если в эту плоскость, проходящую через  $A'_e$  перпендикулярно оптической оси, поставить экран, то увидим цветное (хроматическое) пятно рассеяния, показанное на рис.5.1: в центре — зеленая точка, а по краям — темно-розовая кайма. Средние зоны практически бесцветные из-за смешения цветов.

В случае предмета  $AB$  величиной  $y$  (рис.5.2) его изображения

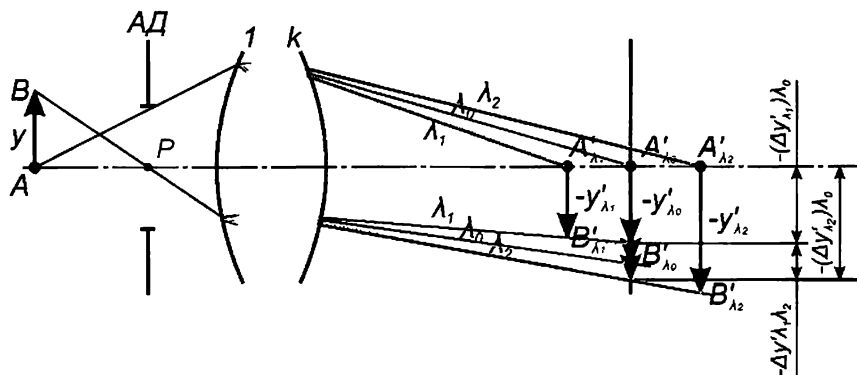


Рис. 5.2. Хроматизм увеличения.

$y'_{\lambda,1}$ ,  $y'_{\lambda,0}$  и  $y'_{\lambda,2}$  и изображения  $y'_\lambda$  промежуточных цветов получаются в разных плоскостях и разной величины. При их рассмотрении в одной плоскости получаются изображения  $(y'_{\lambda,1})_{\lambda,0}$  и  $(y'_{\lambda,2})_{\lambda,0}$ , и в целом изображение оказывается окрашенным следами лучей разного цвета, т. е. хроматическим. Изменение координаты  $y'$  для пучков лучей различных длин волн, т. е. изменение размеров цветных изображений, называется **хроматической aberrацией размера изображения**, или **хроматизмом увеличения**. Его величина определяется разностью размеров изображений:  $\Delta y'_{FC} = y'_F - y'_C$  в видимой области или в общем случае  $\Delta y'_{\lambda,0,2} = y'_{\lambda,1} - y'_{\lambda,2}$ . Хроматизм увеличения — aberrация для точки вне оси, или полевая aberrация.

При разработке оптических систем стремятся исправить (уменьшить) хроматические aberrации, чтобы получить практически бесцветное изображение. Для этого необходимо прежде всего совместить плоскости изображения для двух длин волн  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ . При этом принимают во внимание, что положительные линзы вносят отрицательный хроматизм положения, а отрицательные — положительный. Поэтому для устранения хроматизма положения оптические системы должны состоять из положительных и отрицательных линз. Для положительных линз выбирают марки стекол типа "крон", а для отрицательных — типа "флинт", которые отличаются по значениям коэффициентов дисперсии и показателям преломления. Однако в этом случае система не дает вполне бесцветного изображения, так как изображения для других длин волн ( $\lambda_0$  и др.) будут находиться в различных плоскостях. Причи-

ной этого является остаточная (вторичная) хроматическая aberrация, называемая **вторичным спектром**.

Одновременно стремятся исправить хроматизм увеличения. Оптические системы, в которых исправлен хроматизм положения для двух длин волн, называются **ахроматическими, или ахроматами**.

## 5.5. Монохроматические aberrации

Монохроматическим называется излучение одной длины волны. Из классификации следует, что в монохроматическом свете на качество изображения оказывают влияние 5 aberrаций, называемых **элементарными**. Одна из них — сферическая — искажает и точку на оси, и внеосевую точку. Остальные 4 aberrации влияют на изображение точки, лежащей вне оси, и называются **полевыми**.

### 5.5.1. Сферическая aberrация

Нарушение гомоцентричности широкого осевого пучка при сохранении симметрии относительно оптической оси называют **сферической aberrацией** (рис.5.3).

Действительные лучи из точки  $A$  предмета на оси, идущие в оптическую систему на разных высотах, в пространстве изображений пересекают оптическую ось в разных точках  $\tilde{A}'$ ,  $\tilde{A}'$ . Луч,

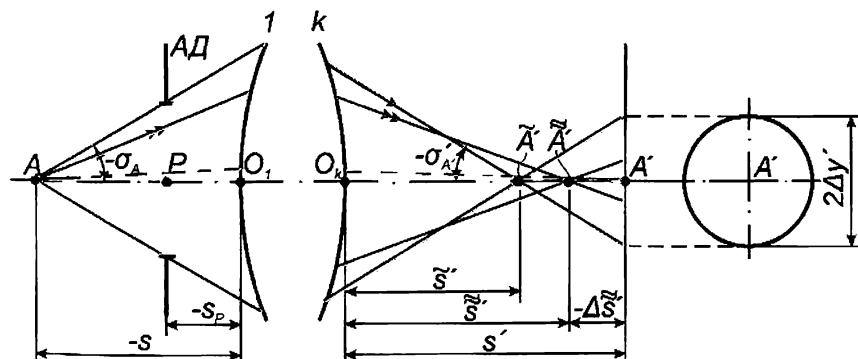


Рис. 5.3. Сферическая aberrация.

идуший на максимальной высоте (на край входного зрачка) и составляющий с оптической осью угол  $\sigma_A$ , после преломления системой пересекает оптическую ось ближе к вершине  $O_k$  последней поверхности. В результате в плоскости Гаусса (плоскости параксиального изображения) образуется кружок рассеяния диаметром  $2\Delta y'$ .

Различают продольную  $\Delta s'$  и поперечную  $\Delta y'$  сферическую aberrацию. Продольная сферическая aberrация вычисляется как разность отрезков  $\bar{s}'$  и  $s'$  соответственно для действительных и параксиального лучей  $\Delta s' = \bar{s}' - s'$  (или  $\Delta s' = \bar{\bar{s}}' - s'$ ). Поперечная сферическая aberrация связана с продольной зависимостью:  $\Delta y' = \Delta s' \cdot \operatorname{tg} \sigma_A'$ .

Сферическая aberrация возникает из-за того, что оптическая длина хода лучей, идущих на разных высотах от точки предмета до точки изображения, различна. Эта aberrация появляется при преломлении на сферических и плоских поверхностях, при отражении от сферических поверхностей.

Условием отсутствия сферической aberrации является постоянство оптической длины хода каждого луча, идущего из осевой точки предмета в осевую точку изображения. Это условие следует из принципа Ферма и называется условием образования точечного изображения. В частном случае, когда углы падения и преломления равны нулю, оно выполняется для сферических преломляющих и отражающих поверхностей, а также для плоских поверхностей. Это бывает в том случае, когда луч идет по нормали к поверхности (для сферических поверхностей — проходит через центр кривизны, а для плоских преломляющих — идет перпендикулярно к поверхности). В этом случае оптическая длина хода каждого луча не зависит от высоты падения на поверхность, а остается постоянной.

Для соблюдения условия образования точечного изображения иногда заменяют сферическую поверхность *асферической*. Например, если осевая точка предмета находится в бесконечности, то параболическое зеркало дает идеальное изображение этой точки. После отражения от зеркала пучок лучей останется гомоцентрическим, и сферической aberrации не будет,  $\Delta s' = 0$ . Причиной этого является соблюдение условия образования точечного изображения.

Сферическая aberrация нарушает резкость изображения даже для осевой точки (на оптической оси). Поэтому в оптических системах стремятся исправить эту aberrацию. Для этого в опти-

ческой системе надо использовать положительные и отрицательные линзы, имеющие сферическую aberrацию, противоположную по знаку: положительные линзы вносят отрицательную сферическую aberrацию ( $\Delta s' < 0$ ), а отрицательные — положительную ( $\Delta s' > 0$ ). Обычно ее удается исправить для одной, в лучшем случае — для двух высот (зон) падения луча на входной зрачок в системах из сферических поверхностей.

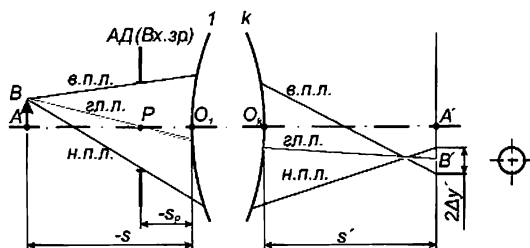


Рис. 5.4. Полевая сферическая aberrация.

Существует также понятие **полевой сферической aberrации, или сферической aberrации для внеосевой точки**. Полевой сферической aberrацией называют нарушение гомоцентричности широкого наклонного пучка лучей при сохранении симметрии относительно оси наклонного пучка — главного луча (рис. 5.4), т. е. при отсутствии комы. В обоих случаях пятно рассеяния имеет форму круга.

Чем больше отверстие системы (диаметр  $D$  входного зрачка), тем больше координата действительного луча отличается от параксиальной, тем больше кружок рассеяния  $2\Delta y'$ .

### 5.5.2. Меридиональная кома

**Кома** — это нарушение симметрии пучка из точки вне оси относительно оси широкого наклонного пучка. Осью такого пучка является главный луч. Он идет через центр входного зрачка (апертурной диафрагмы). Aberrация зависит от углового или линейного поля и диаметра входного зрачка. Точка изображается несимметричным пятном, показанным на рис.5.5. Оно имеет вид яркого пятна с постепенно расширяющимся "хвостом", напоминающим хвост кометы. Отсюда и произошло название aberrации. Обычно исследуют асимметрию пучка в одной плоскости, проходящей через оптическую ось системы и называемой **меридиональной**. Будем считать, что меридиональной плоскостью является плоскость чертежа (рис.5.5).

Широкий меридиональный пучок, симметричный относительно

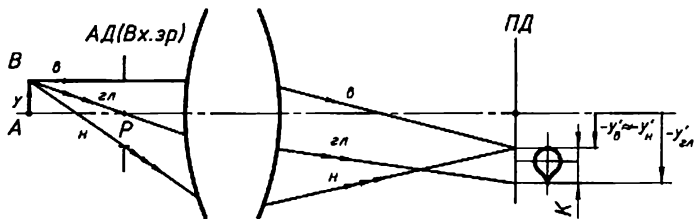


Рис. 5.5. Меридиональная кома.

но главного луча, выходит из внеосевой точки  $B$  предмета  $AB$ . В пространстве изображений пучок становится несимметричным относительно главного луча. Лучи пучка (главный (гЛ), верхний (в), нижний (н)) пересекают плоскость изображения на разных расстояниях ( $y'_{гЛ}$ ,  $y'_в$ ,  $y'_н$ ) от оптической оси, так что главный луч не находится в центре пятна рассеяния. На рис. 5.5 показана так называемая "чистая" кома, когда отсутствует полевая сферическая aberrация, т. е.  $y'_в = y'_н$ .

Мерой меридиональной комы  $K_m$  является величина

$$K_m = \frac{y'_в + y'_н}{2} - y'_{гЛ}.$$

Для вычисления этой величины рассчитывают ход действительных лучей — главного, верхнего и нижнего полюсных лучей — для разных предметных точек или для разных угловых полей, а не только для крайней точки  $B$ .

В сложных оптических системах с большими угловыми полями может быть и сагиттальная кома, возникающая при прохождении плоского пучка лучей в сагиттальной плоскости. **Сагиттальной** называется плоскость, проходящая через главный луч пучка перпендикулярно меридиональной плоскости (см. рис.5.6). Вычисление сагиттальной комы значительно сложнее и здесь не рассматривается. Теорию этого вопроса можно найти в специальной литературе.

Вместе со сферической aberrацией меридиональная кома является наиболее заметным недостатком изображения, проявляющимся по всему полю. Поэтому исправление комы обязательно во всех оптических системах, работающих в широких пучках лучей, независимо от величины углового поля.

В геометрической оптике известно условие, при выполнении которого меридиональная кома может быть устранена или умень-



шена. Оно называется *условием синусов Аббе*. Это условие является необходимыми и достаточным для получения совершенного изображения элементарного бесконечно малого отрезка  $dy$ , перпендикулярного оптической оси, широкими пучками лучей, если для осевой точки предмета отсутствует сферическая аберрация. Для предмета на конечном расстоянии и в бесконечности условие синусов имеет вид:

$$\tilde{\beta} = \frac{dy'}{dy} = \frac{n \cdot \sin \sigma}{n' \cdot \sin \sigma'} = \text{const}, (s_1 \neq -\infty);$$

$$\tilde{f}' = \frac{h_1}{\sin \sigma'} = \text{const}, (s_1 = -\infty).$$

Выполнение условия синусов предполагает отсутствие комы в пределах малого поля.

Оптические системы, в которых устранена сферическая аберрация и выполнено условие синусов, называются *апланатическими*, или *апланатами*.

Апланатами являются, например, объективы зрительных труб, объективы коллиматоров, микроскопов, работающие при небольших угловых или линейных полях.

### 5.5.3. Астигматизм и кривизна поля изображения

*Астигматизм и кривизна поля изображения* относятся к полевым аберрациям. Они заметно влияют на качество изображения, вызывая его нерезкость при больших угловых (или линейных) полях.

В отличие от комы эти две аберрации возникают при изображении внеосевой точки предмета бесконечно узкими (элементарными) наклонными пучками.

Представим себе элементарный пучок, падающий на оптическую систему из внеосевой точки  $B$  (рис.5.6). Осью пучка является главный луч. На данном рисунке этот пучок показан в сильно увеличенном виде. Выделим в этом пучке *меридиональный пучок* (в плоскости чертежа) и *сагиттальный пучок* (в плоскости, проходящей через главный луч и перпендикулярной меридиональной). Необходимость такого разделения пучка возникла из-за различного образования изображений меридиональным и сагиттальным пучками.

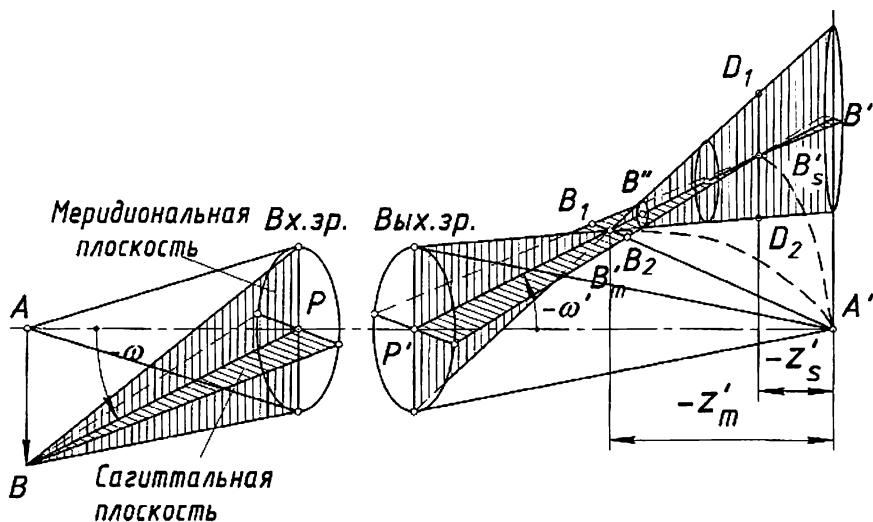


Рис. 5.6. Изображение точки вне оси в случае астигматизма. Строение астигматического пучка.

Астигматизм проявляется в том, что лучи меридионального пучка изображают внеосевую точку  $B$  предмета  $AB$  в точке  $B_m'$ , а лучи сагиттального пучка — в точке  $B_s'$ , расположенных на разных расстояниях от плоскости Гаусса (плоскости параксиального изображения). Обе точки —  $B_m'$  и  $B_s'$  — лежат на главном луче. Расстояние по главному лучу между точками  $B_m'$  и  $B_s'$  называется **астигматической разностью**, или **астигматизмом**. Обычно астигматизм измеряют по оптической оси разностью отрезков  $z_s'$  и  $z_m'$  (рис. 5.6), т. е.  $z_s' - z_m'$ .

Если рассмотреть весь конический пучок лучей, исходящий из т.  $B$ , то ее изображение меридиональными лучами будет представлено в виде горизонтальной линии  $B_1B_2$ , лежащей в сагиттальной плоскости; аналогично изображение т.  $B$  сагиттальным пучком представится в виде вертикальной линии  $D_1D_2$ , лежащей в меридиональной плоскости.

Строение астигматического пучка в пространстве изображения показано на рис. 5.6. В плоскости изображения (Гаусса) пятно рассеяния имеет форму эллипса; в сечении, проходящем через точку  $B''$  — форму круга. Между точками  $B_m'$  и  $B_s'$  фигуры рассеяния имеют вид эллипсов с различной ориентацией осей.

Следовательно, **астигматизм** — это aberrация внеосевой точ-

ки  $B$  предмета  $AB$ , при которой изображение этой точки, образуемое бесконечно узким пучком, получается в виде двух линий, расположенных перпендикулярно друг другу, на разных расстояниях  $z'_s$  и  $z'_m$  от плоскости Гаусса (рис.5.6).

Для каждой внеосевой точки предмета от т. $B$  до т. $A$  (точки  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , ..., рис.5.7) астигматическая разность будет разной. В результате отрезок прямой  $AB$  изобразится двумя кривыми  $A'B'_m$  и  $A'B'_s$ .

Так проявляется другая aberrация — **кривизна поля изображения**, характеризующаяся отрезками  $z'_s$  и  $z'_m$ . Отрезок  $z'_m$  представляет собой **меридиональную кривизну изображения**, а  $z'_s$  — **сагиттальную кривизну изображения**.

Вращая кривые  $A'B'_m$  и  $A'B'_s$  вокруг оптической оси, получим поверхности изображения, имеющие асферическую форму. Разделим пополам все отрезки ( $B'_m B'_s$ ,  $a'_m a'_s$ ...) на главных лучах элементарных пучков (рис.5.7) и соединим полученные точки. В результате получим кривую  $A'K$ , на которой расположены пятна рассеяния наименьших размеров. Эта кривая характеризует **среднюю кривизну поля изображения**:

$$z'_{cp} = \frac{(z'_m + z'_s)}{2}.$$

Рассмотрим более подробно влияние астигматизма на изображение. На рис.5.8 показано изображение отрезка прямой  $AB$  (штриха), расположенного в меридиональной плоскости, меридиональным и сагиттальным пучками лучей. Оптическая система, имеющая астигматизм, не может одновременно дать резкое изображение горизонтальных и вертикальных линий (например, штрихов сетки). Это особенно наглядно про-

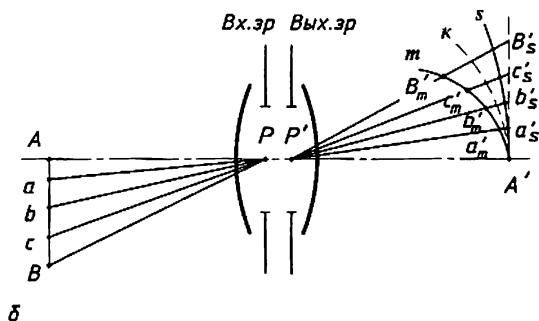


Рис. 5.7. Изображение отрезка прямой астигматическими пучками.

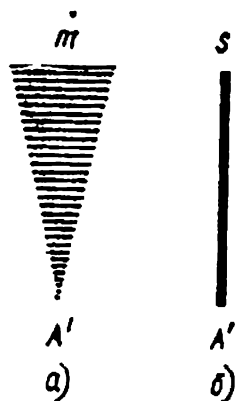


Рис. 5.8 Изображение штриха при астигматизме.

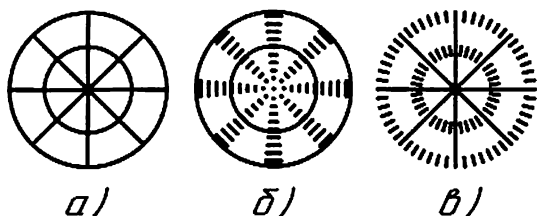


Рис. 5.9. Изображения радиальных линий и концентрических окружностей астигматическими пучками.

является при изображении предмета в виде концентрических окружностей и радиальных линий (рис.5.9,а). В изображении, образованном элементарными меридиональными пучками, получим относительно резкие концентрические ок-

ружности (рис.5.9,б). Наоборот, в изображении, образованном элементарными сагиттальными пучками, резкими будут радиальные линии (рис.5.9,в). В плоскости средней кривизны поля изображения окружностей и радиальных линий имеют сравнительно одинаковую резкость.

В современных оптических системах, имеющих большие угловые поля (фотообъективы, аэросъемочные объективы и т. п.), исправляют астигматизм и кривизну поля изображения.

Оптические системы с исправленным астигматизмом и кривизной поля изображения называют **анастигматами**.

#### 5.5.4. Дисторсия

**Дисторсией** (от лат. *distorsio* — искривление) называют нарушение подобия изображения и предмета, вызванное тем, что разнудаленные от оптической оси точки предмета изображаются с разным увеличением. **Меняется форма изображения в сравнении с предметом, но без нарушения резкости, так как точка изображается точкой.** На рис. 5.10 показана последняя поверхность к оптической системы, положение  $s'_p$ , выходного зрачка (Вых.зр.), ход главного луча, проходящего через центр выходного зрачка (т.Р').

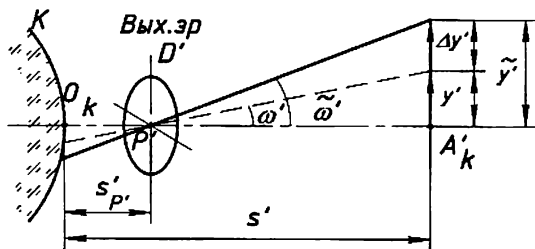


Рис. 5.10. Ход главного луча в оптической системе с дисторсией.

Эта aberrация относится к полевым. Она особенно заметна при больших угловых (или линейных) полях оптической системы. Дисторсия зависит от величины углового поля  $2\omega$ , но не зависит от ширины пучков лучей, т. е. размеров входного зрачка. Она проявляется в бесконечно узких пучках, поэтому *дисторсию иногда называют aberrацией главного луча*.

На рис.5.10 представлен ход главного луча в реальной оптической системе, изображающей предмет величиной  $y$  в виде отрезка  $\tilde{y}'$ . Положение плоскости изображения (плоскости Гаусса) — координата  $s'$  определяется из расчета хода параксиального луча. Тогда  $\tilde{y}' = (s' - s'_p) \operatorname{tg} \tilde{\omega}'$ . Величина идеального изображения  $y'$  (при отсутствии дисторсии) определяется по формуле  $y' = y \cdot \beta$ .

Для вычисления дисторсии надо рассчитать ход действительного главного луча и определить координату  $\tilde{y}'$  главного луча в плоскости Гаусса, а также определить величину идеального изображения  $y'$ , тогда

$\Delta y'_a = \tilde{y}' - y'$  — *абсолютная, или оптическая дисторсия*.

Обычно дисторсию выражают в относительных единицах (в процентах). Для предмета на конечном расстоянии относительную дисторсию вычисляют как

$$\left( \frac{\tilde{\beta} - \beta}{\beta} \right) \cdot 100\%,$$

где  $\tilde{\beta}$  — действительное линейное увеличение,  $\beta$  — линейное увеличение идеальной системы, или параксиальное увеличение.

Если предмет находится в бесконечности, то формулу преобразуют с учетом того, что  $\tilde{\beta} = \frac{\tilde{y}'}{y'}$ , а  $\beta = \frac{y'}{y}$  и получают:

$$\frac{\Delta y'_a}{y'} \cdot 100\% = \left( \frac{\tilde{y}' - y'}{y'} \right) \cdot 100\%.$$

В зависимости от знака различают положительную (подушкообразную) дисторсию и отрицательную (бочкообразную) дисторсию (рис.5.11).

Идеальное изображение предмета в виде квадрата показано на рис. 5.11 пунктиром.

При положительной дисторсии по мере удаления точки предмета от оптической оси  $\tilde{\beta} > \beta$  (или  $\tilde{y}' > y'$ ); при отрицательной дис-

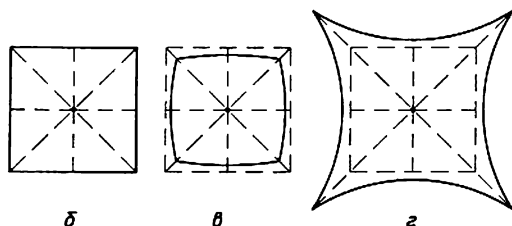


Рис. 5.11 Искажение изображения дисторсией: б) предмет в виде квадрата; в) подушкообразная (положительная) дисторсия; г) бочкообразная (отрицательная) дисторсия

торсии — наоборот, т. е.  $\bar{\beta} < \beta$  (или  $\bar{y}' < y'$ ). Дисторсия наглядно проявляется при рассмотрении с помощью лупы клетчатой бумаги.

**Свойство оптической системы давать изображения, геометрически подобные предмету, называют ортоскопией.**

Поэтому говорят, что **дисторсия нарушает ортоскопию.**

В оптических системах с большим угловым полем стремятся исправить дисторсию, т. е. уменьшить до определенной величины, зависящей от приемника изображения. Например, в оптических системах, предназначенных для рассматривания изображения глазом, дисторсия должна быть не более 5...7%, так как глаз не замечает искажений, меньших этой величины (биологические микроскопы и др.)

В том случае, когда элементы изображений, даваемых оптической системой, затем должны измеряться с большой точностью, дисторсия исправляется до десятых и даже сотых долей процента. Примером являются объективы, применяемые для аэрофотосъемки, фотограмметрические объективы и т. п. В аэросъемочных объективах для целей картографии дисторсия не превышает 0,04%.

**Объективы, в которых исправлена дисторсия, называют ортоскопическими.**

При выборе оптической системы для решения отдельных задач следует обращать внимание на ее остаточные аберрации, знать, от чего они зависят и как влияют на качество изображения, которое должно удовлетворять определенным требованиям.

## 6. ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ

### 6.1. Погрешности измерений и их свойства

Целью измерения является определение числового значения какой-либо величины. Результат измерения всегда является приближенным, так как установить истинное значение измеряемой величины практически невозможно. Согласно ГОСТ 16263—70 **погрешностью измерения** называется отклонение результата измерения от истинного значения измеряемой величины. Различают погрешности случайные, систематические и грубые.

**Случайными** называются погрешности, величина и знак которых заранее неизвестны. Они отличаются друг от друга в отдельных измерениях, и эти различия имеют случайную, неизвестную нам величину. Правила определения случайных погрешностей изучаются в теории ошибок, основанной на законах теории вероятностей.

**Систематическими** называются погрешности, значения которых одинаковы во всех измерениях, производимых одним и тем же методом с помощью одних и тех же измерительных приборов при постоянных внешних условиях. При повторных измерениях систематические погрешности не меняют свой знак и величину. Источниками систематических ошибок (их иногда называют инструментальными, или приборными) чаще всего являются конструктивные недостатки измерительных приборов (криволинейность направляющих, неправильная установка прибора, неточная градуировка шкал, остаточные aberrации оптической системы и т. д.). Систематические погрешности, происхождение которых известно, а значение может быть достаточно точно определено, учитываются при обработке результатов измерений путем введения соответствующих поправок.

**Грубыми** погрешностями (промахами) называются такие погрешности, которые резко превышают допустимые значения и явно искажают результаты измерений. Источником грубых ошибок может быть невнимательность экспериментатора, резко и кратковременно изменившиеся внешние условия измерений, внезапная разъюстировка прибора и т. д. Грубые погрешности выявляются при повторных измерениях и обязательно исключаются из результатов измерений.

### 6.1.1. Свойства случайных погрешностей измерений

Согласно теории ошибок измерений, основанной на законах теории вероятностей, случайные погрешности обладают следующими свойствами:

1. Случайные погрешности не могут превосходить по абсолютной величине некоторого предела;
2. Случайные погрешности, положительные и отрицательные, одинаково часто встречаются в ряду измерений;
3. Чем больше абсолютная величина погрешности, тем реже она встречается;
4. Среднее арифметическое из случайных погрешностей измерений одной и той же величины, произведенных в одинаковых условиях, имеет тенденцию стремиться к нулю при неограниченном возрастании числа измерений.

Для уменьшения *случайной погрешности* следует выполнять **не одно, а ряд измерений**. Вопрос о целесообразности выполнения одного или нескольких измерений решается с помощью следующих правил:

1. **Если систематическая погрешность является определяющей**, т. е. ее значение существенно больше значения случайной погрешности, присущей рассматриваемому методу, то **достаточно выполнить измерение один раз**;
2. **Если случайная погрешность является определяющей**, то измерение следует проводить **несколько раз**. Число измерений целесообразно выбирать таким, чтобы случайная погрешность среднего арифметического была меньше систематической погрешности.

### 6.1.2. Абсолютные и относительные погрешности

В практике измерений различают также абсолютные и относительные погрешности. Погрешности, выраженные в единицах измеряемой величины, называются **абсолютными погрешностями**. Погрешности, выраженные в долях числовых значений измеряемых величин, называются **относительными погрешностями** и чаще всего выражаются в процентах.



### 6.1.3. Обработка результатов измерений, обусловленных только случайными погрешностями

Рассмотрим методику обработки результатов измерений. Пусть получено  $n$  значений измеряемой величины:  $a_1, a_2, \dots, a_i, \dots, a_n$ .

Наиболее достоверным значением измеряемой величины является **среднее арифметическое**

$$a_{\text{cp}} = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_i + \dots + a_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=n} a_i$$

**Остаточными погрешностями** называются разности:

$$V_1 = a_1 - a_{\text{cp}}; V_2 = a_2 - a_{\text{cp}}; \dots; V_n = a_n - a_{\text{cp}},$$

причем сумма остаточных погрешностей всегда равна нулю:

$$\sum_{i=1}^{i=n} V_i \cong 0$$

Точность измерений характеризуется **средней квадратической погрешностью**  $\sigma$  или чаще всего **вероятной погрешностью**  $\varepsilon$ :

$$\sigma = \pm \sqrt{\frac{V_1^2 + V_2^2 + \dots + V_n^2}{n-1}} = \pm \sqrt{\left( \sum_{i=1}^n V_i^2 \right) / (n-1)}; \varepsilon = \frac{2}{3} \sigma.$$

Величины  $\sigma$  и  $\varepsilon$  характеризуют точность метода, а не точность результата измерений. При увеличении числа  $n$  измерений  $n$  численные значения  $\sigma$  и  $\varepsilon$  существенно не изменяются, а лишь уточняются. Для характеристики точности результата измерений служит **средняя квадратическая погрешность  $S$  результата измерений и вероятная погрешность  $E$  результата**:

$$S = \pm \sigma / \sqrt{n} = \pm \sqrt{\sum_{i=1}^n V_i^2 / [n(n-1)]}; E = \frac{2}{3} S.$$

Из формул следует, что для уменьшения значений  $S$  и  $E$  следует увеличивать число  $n$  измерений. Чаще всего  $n = 5$ , однако для исключения грубых ошибок рекомендуется производить 7 измерений, а дальнейшие расчеты вести по 5-и, отбросив наименьший и наибольший результаты измерений. Запись и обработку результатов измерений лучше всего производить в табл.6.1.

Таблица 6.1.

№ п/п	Отсчеты		$L = A - B$	$V$	$V^2$
	A	B			
1					
2					
n					
Ср.			$L_{\text{ср}} = \frac{\sum_{i=1}^n L_i}{n}$	$\sum_{i=1}^n V_i = 0$	$\sum_i V_i^2$

Затем вычисляют *среднюю квадратическую погрешность измерений*

$$\sigma = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n V_i^2}{n-1}} \quad (6.1)$$

и *среднюю квадратическую погрешность результата измерений*

$$S = \pm \frac{\sigma}{\sqrt{n}}. \quad (6.2)$$

Результат измерения записывают в виде  $L = L_{\text{ср}} \pm S$ .

#### 6.1.4. Прямые и косвенные измерения

**Косвенными** называются измерения в том случае, когда измеряется не непосредственно интересующая нас величина (прямые измерения), а другие величины, связанные с ней функциональной зависимостью. Примером косвенных измерений являются измерения, выполненные в лабораторной работе № 1, б "Измерение радиусов кривизны сферических поверхностей линз на кольцевом сферометре ИЗС-7", в которой для определения радиуса кривизны сферической поверхности линзы измеряют стрелку прогиба этой поверхности, а радиус кривизны затем вычисляют по формуле.

Пусть интересующая нас величина  $M$  функционально связана с непосредственно измеряемыми величинами  $x$ ,  $y$ ,  $z$ . Полный дифференциал этой функции

$$dM = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \frac{\partial f}{\partial z} dz,$$

а средняя квадратическая погрешность величины  $M$

$$\sigma_M = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 \sigma_y^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 \sigma_z^2}, \quad (6.3)$$

где  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\sigma_z$  — соответственно средние квадратические погрешности непосредственно измеренных величин.

Рассмотрим частные, но наиболее важные в практическом отношении случаи. Пусть  $M = x + y + z$ , тогда

$$\sigma_M = \pm \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2}.$$

Эта формула справедлива для любого числа слагаемых.

Пусть  $M = xyz$ . Логарифмируя функцию  $M$ , а затем, дифференцируя полученное выражение, найдем

$$\ln M = \ln x + \ln y + \ln z,$$

$$\frac{dM}{M} = \frac{dx}{x} + \frac{dy}{y} + \frac{dz}{z},$$

$$\sigma_M = \pm M \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_y}{y}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_z}{z}\right)^2} \quad (6.4)$$

Формула справедлива для любого числа сомножителей, определяющих величину  $M$ .

## 6.2. Лабораторная работа № 1

**"Линейные измерения с помощью отсчетного микроскопа"**  
(Студент выполняет одну из трех лабораторных работ: а, б, в).

Лабораторная работа № 1, а

*"Измерение длины шкалы на горизонтальном компараторе ИЗА-2"*

**Компаратор** (от лат. comparo — сравниваю) — оптический прибор, предназначенный для измерения длин штриховых мер

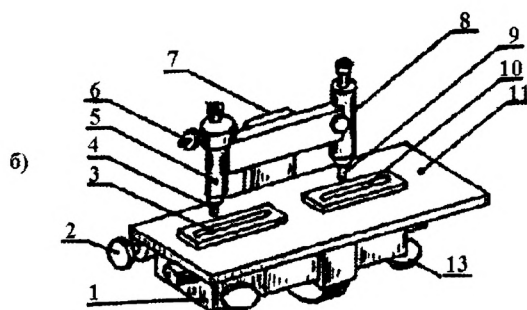
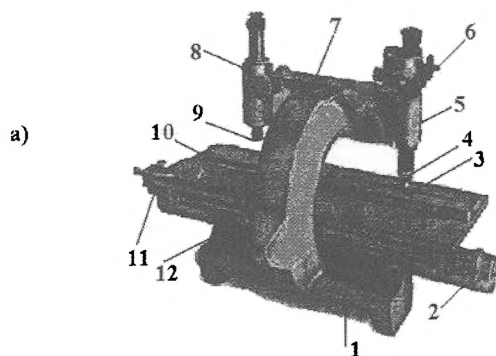


Рис. 6.1. Общий вид компаратора ИЗА-2: а) вид со стороны стопорного винта 12; б) вид со стороны зеркала 13 для подсветки.

(шкал) и различных изделий *путем сравнения измеряемой длины с эталонной.*

Устройство компаратора (рис.6.1): на массивном основании 1, частью которого является траверс 7, смонтирован подвижный столик 11. На траверсе 7 закреплены неподвижно друг относительно друга визирный 8 и отсчетный 5 микроскопы. Столик может перемещаться по направляющим. Грубое перемещение стола 11 осуществляется от руки при открепленном стопорном винте 12, а точное — микрометренным винтом 2 (на ввинчивание) при закрепленном стопорном винте.

**Действие прибора основано на принципе компарирования Аббе:** измеряемая шкала 10 (АВ) и эталонная шкала 3 (СД) должны быть расположены на одной прямой или параллельны между собой (рис.6.2). Это необходимо для выполнения высокоточных измерений.

Выполним измерение длины  $L$  шкалы (или определим цену деления  $\tau$  этой шкалы) на горизонтальном компараторе ИЗА-2.

**Пределы измерений** на компараторе  $0...200$  мм. В качестве отсчетного устройства используется отсчетный микроскоп со спиральным окулярным микрометром, обеспечивающим точность измерения 0,001 мм.

**Порядок измерений** (рис.6.2). Измеряемая шкала 10 (АВ) кладется на подвижный столик 11 под визирный микроскоп 8, и сначала грубым перемещением стола при открепленном стопор-

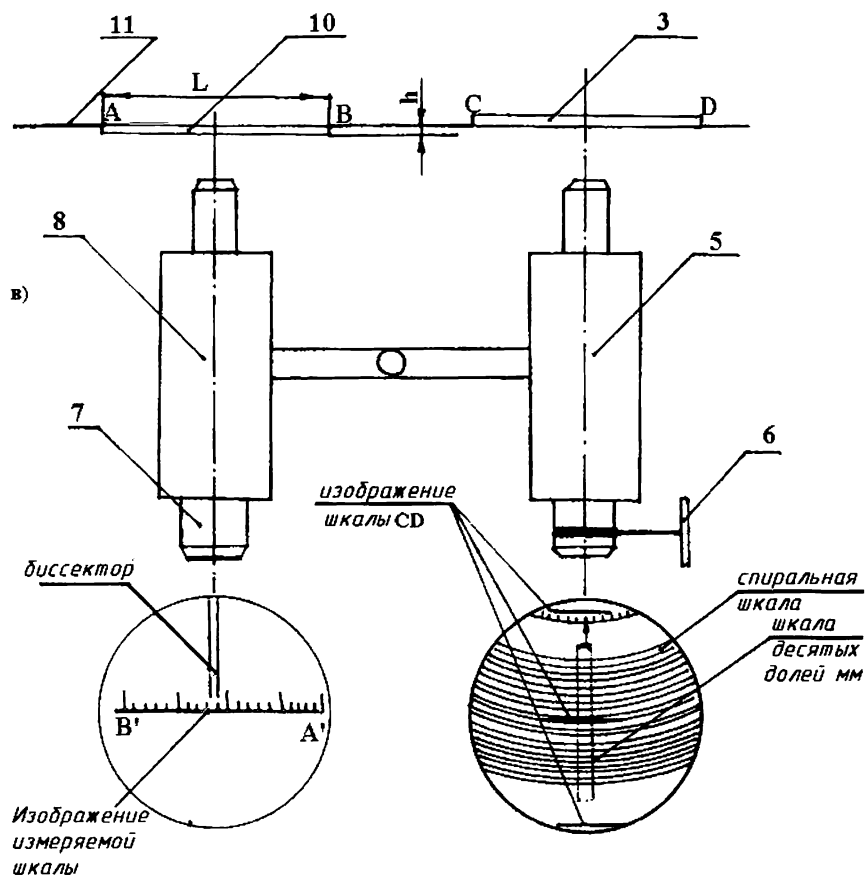


Рис. 6.2. Упрощенная схема горизонтального компаратора ИЗА-2.

ном винте подводится штрих шкалы (например, 1) (рис. 6.3) к биссектору. Затем стол закрепляют и микрометрическим винтом на ввинчивание делают окончательную наводку: вводят штрих 1 измеряемой шкалы АВ в биссектор. После этого берут отсчет А по отсчетному микроскопу 5 и результат записывают в табл. 6.2. Линейное поле визирного и отсчетного микроскопов представлено на рис.6.3 и рис.6.4 соответственно.

В поле отсчетного микроскопа (рис.6.4) мы видим три шкалы: миллиметровую 3 (изображение эталонной шкалы СД), шкалу 2 десятых долей миллиметра, оцифрованную от 0...10, круговую

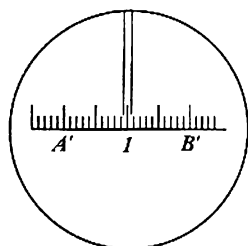


Рис. 6.3. Линейное поле визирного микроскопа.

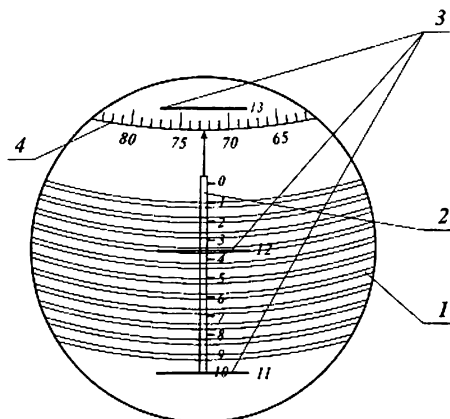


Рис. 6.4. Линейное поле отсчетного микроскопа.

шкалу 4 со 100 делениями, оцифрованными через 5 делений, и спиральную сетку 1, состоящую из одиннадцати двойных витков.

Отсчет берут следующим образом: поворотом маховичка 6 на окулярной части отсчетного микроскопа 5 (рис.6.2) устанавливают спиральную сетку 1 так, чтобы один из штрихов миллиметровой шкалы (на рис.6.4 это штрихи 11, 12, 13) оказался точно посередине между линиями ближайшего к нему витка спирали. Индексом для отсчета миллиметров служит нулевой штрих шкалы 2 десятых долей миллиметра.

На рис.6.4 миллиметровый штрих 12 прошел нулевой штрих десятых долей, а штрих 13 не дошел до него. Отсчет равен 12 мм плюс отрезок до штриха 12 от нулевого штриха шкалы 2. На рис.6.4 число десятых долей миллиметра равно трем. Сотые и тысячные доли миллиметра отсчитывают по круговой шкале 4. **Окончательный отсчет: 12,3725.** Такое отсчетное устройство называют **спиральным окулярным микрометром**. Оно обеспечивает точность отсчитывания 0,001 мм.

Результат первого наведения записывают в табл. 6.2 (отсчет А). Затем открепляют стопорный винт 12 и грубым перемещением от руки перемещают стол, наблюдая при этом в визирный микроскоп 8, и грубо подводят второй выбранный штрих измеряемой шкалы 10 к биссектору. Стол закрепляют, и окончательное введение штриха измеряемой шкалы в биссектор осуществляют (на ввинчивание) микрометрическим винтом 2 (рис.6.1). Затем по от-

Таблица 6.2.

№ п/п	Отсчеты		$L = A - B, \text{ мм}$	$V$	$V^2$
	A, мм	B, мм			
1	118,5992	68,5960	50,0032	-0,0003	$9 \cdot 10^{-8}$
2	118,5986	68,5945	50,0041	-0,0012	$144 \cdot 10^{-8}$
3	118,5977	68,5963	50,0014	+0,0015	$225 \cdot 10^{-8}$
4	118,5987	68,5940	50,0047	-0,0018	$324 \cdot 10^{-8}$
5	118,5979	68,5967	50,0012	+0,0017	$289 \cdot 10^{-8}$
Ср.	118,5984	68,5955	50,0029	$\Sigma V_i = -0,0001$	$\Sigma V_i^2 = 9,9 \cdot 10^{-6}$

счетному микроскопу 5 берут отсчет и записывают в табл. 6.2 (отсчет Б). Измерения выбранного интервала выполняют не менее 7 раз. После проверки преподавателем результатов измерения следует внести в таблицу данные только пяти измерений.

Далее выполняют обработку результатов измерений. Для этого вычисляют **среднюю квадратическую погрешность измерений** (каждого измерения) по формуле (6.1):

$$\sigma = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n-1} V_i^2}{n-1}} = \pm \sqrt{\frac{9,9 \cdot 10^{-6}}{5-1}} = \pm 0,0016 (\text{мм})$$

**и среднюю квадратическую погрешность результата измерений** (т. е. погрешность измерения длины шкалы) по формуле (6.2):

$$S = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \pm \frac{0,0016}{\sqrt{5}} = \pm 0,00072 (\text{мм}) = \pm 0,001 (\text{мм})$$

Результат вычисления погрешности  $S$  округляют в большую сторону до первой цифры, отличной от нуля, причем значение погрешности должно заканчиваться на цифры или 1, или 2, или 5 (например, после вычислений по формуле 6.2 получим  $S = \pm 0,00072$ , а записать надо  $S = \pm 0,001$ ).

Среднее значение измеренной величины  $L_{\text{ср}}$  следует округлить с точностью до погрешности, т. е. было 50,0029, записывают 50,003.

Окончательный результат измерения выбранного интервала шкалы записывается в виде:

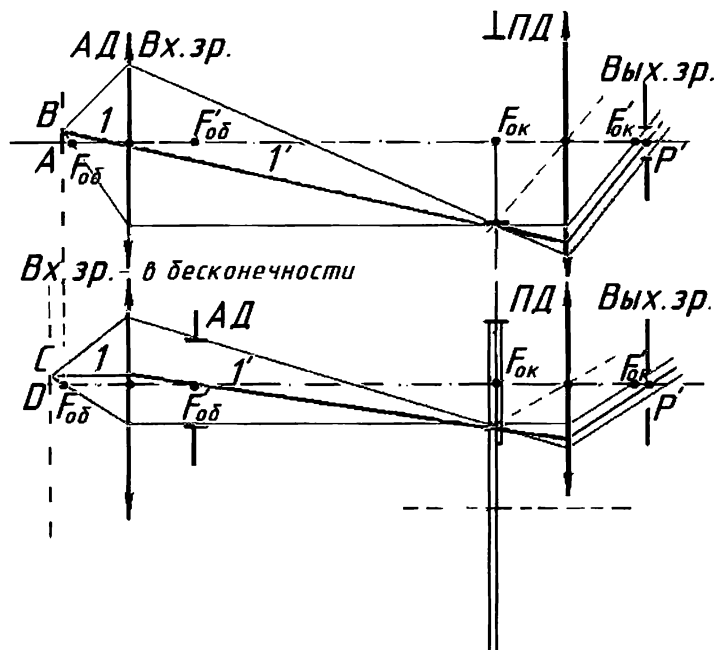


Рис. 6.5. Оптические схемы визирного и отсчетного микроскопов.

$$L_{\text{ср}} = (A - B)_{\text{ср}} \pm S = 50,003 \text{ мм} \pm 0,001 \text{ мм}.$$

Оптические схемы визирного 8 и отсчетного 5 микроскопов с ограничением пучков лучей представлены на рис.6.5.

#### Лабораторная работа № 1, 6.

*"Измерение радиусов кривизны сферических поверхностей линз на кольцевом сферометре ИЗС-7"*

Кольцевой сферометр ИЗС-7 служит для **измерения радиусов кривизны в диапазоне 10...1000 мм** выпуклых и вогнутых сферических поверхностей линз, зеркал и других оптических деталей диаметром 20...130 мм. **Измерения радиуса кривизны  $r$**  сферической поверхности — **косвенные**, так как на сферометре измеряют стрелку прогиба  $k$  сферической поверхности, а затем вычисляют радиус кривизны  $r$  поверхности (рис. 6.6).

На рис.6.6 показана двояковыпуклая положительная линза:



точки  $O_1$  и  $O_2$  — вершины сферических поверхностей;  $r_1$  и  $r_2$  — радиусы кривизны 1-й и 2-й поверхностей линзы;

точки  $C_1$  и  $C_2$  — центры кривизны 1-й и 2-й поверхностей линзы;

$k_1$  и  $k_2$  — стрелки прогиба 1-й и 2-й поверхностей линзы на радиусах  $r_1$  и  $r_2$  (стрелка прогиба сферической поверхности — это высота сегмента, образованного сферической поверхностью и секущей плоскостью, представляющей собой круг диаметром  $D$ );

$d$  — толщина линзы по оптической оси;  $d_{min}$  — минимальная толщина линзы по краю.

Внешний вид сферометра ИЗС-7 представлен на рис. 6.7, а, объяснение принципа измерения стрелок прогиба сферических поверхностей приведено на рис. 6.7, б.

**Устройство сферометра** (рис. 6.7, а): внутри литого металлического корпуса 1 находится измерительный стержень 2 (рис. 6.7, б) со стеклянной шкалой 4, с шариком 3 на верхнем конце и противовесом. Под действием противовеса стержень 2 постоянно стремится подняться вверх и прийти в соприкосновение с поверхностью измеряемой линзы 5, положенной на кольцо 6 сферометра. При помощи зажимного винта 8 стержень 2 может быть закреплен в любом положении по высоте (рис. 6.7, а).

На сферометре измеряют стрелку прогиба  $k$ , а затем вычисляют радиус кривизны сферической поверхности по формуле

$$r = \frac{r_k^2 + k^2}{2k} \pm \rho, \quad (6.5)$$

где  $r_k$  — радиус опорного кольца 6 (рис. 6.7), на которое кладется измеряемая линза;  $\rho$  — радиус стального шарика (рис. 6.7, б).

В зависимости от номера кольца величины  $r_k$  и  $\rho$  известны с высокой точностью (для кольца № 5, которое используется в данной работе,  $r_k = 14,9946$  мм;  $\rho = 2,351$  мм). Знаки "+" или "—" в формуле (6.5) соответствуют вогнутой или выпуклой поверхности линзы, соответственно.

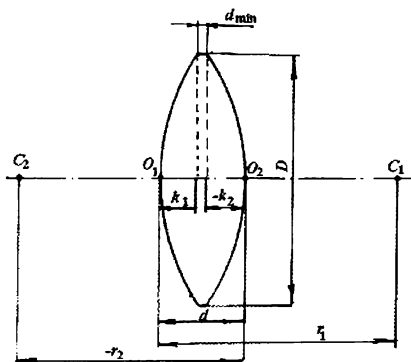


Рис. 6.6. Двояковыпуклая линза.

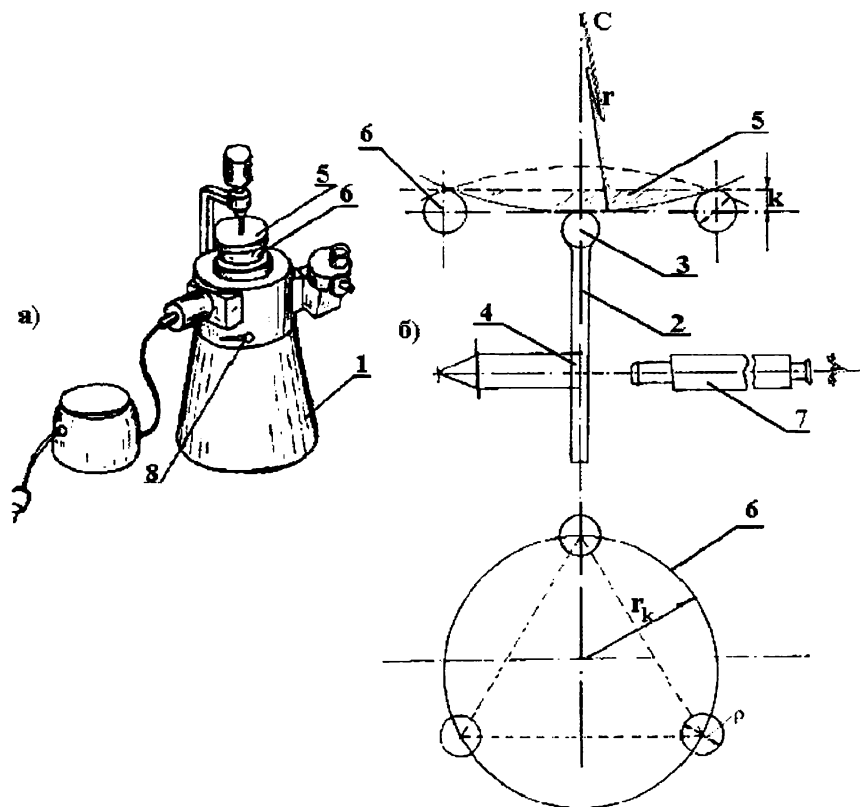


Рис. 6.7. Кольцевой сферометр ИЗС — 7: а) внешний вид сферометра; б) объяснение принципа измерений.

**Порядок измерений.** Из набора опорных колец выбирают кольцо, диаметр которого на 5...10 мм меньше диаметра измеряемой линзы, и устанавливают его на сферометр (в этой работе кольцо № 5 уже установлено). На шарики опорного кольца 6 (рис. 6.8) последовательно накладывают контролируемую линзу 5 (рис. 6.7, б) и плоскопараллельную пластину (ППП прилагается к сферометру) полированной поверхностью к шарикам. Перемещая линзу 5 в пределах соприкосновения с шариками, берут каждый раз отсчет по измерительной шкале 4 и отсчетному микроскопу 7, снабженному спиральным окулярным микрометром. Измерения повторяют не менее 7 раз как для линзы (отсчеты А), так и для ППП (отсчеты Б). Результаты измерений заносят в табл. 6.1. Раз-

ность отсчетов при наложении линзы и ППП (А — Б) дает стрелку прогиба к сферической поверхности.

Затем выполняют обработку результатов измерения стрелки прогиба  $k$ . Для этого вычисляют (см. лабораторную работу № 1, а)

$$\sigma_k = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n V_i^2}{n-1}}; S_k = \pm \frac{\sigma_k}{\sqrt{n}}.$$

После вычислений  $\sigma_k$  и  $S_k$  записывают результат измерения стрелки прогиба  $k = k_{cp} \pm S_k$  и вычисляют радиус кривизны поверхности по формуле (6.5).

Погрешность вычисления радиуса кривизны определяется в соответствии с формулой (6.3)

$$\sigma_r = \pm \sqrt{\left(\frac{r_k}{k}\right)^2 \cdot \sigma_{r_k}^2 + \left(\frac{r_k^2 + k^2}{2k^2}\right)^2 \cdot \sigma_k^2 + \sigma_v^2},$$

где  $\sigma_{r_k}$  и  $\sigma_r$  — среднеквадратические погрешности определения величин  $r_k$  и  $r$  берутся из паспорта на опорное кольцо (например, для кольца № 5  $\sigma_{r_k} = 0,0012$  мм,  $\sigma_r = 0,0005$  мм);  $\sigma_k$  — средняя квадратическая погрешность измерения стрелки прогиба (вычислена).

Значение радиуса кривизны сферической поверхности

$$r = r_{cp} \pm \sigma_r.$$

Оптическая схема отсчетного микроскопа с ограничением пучка лучей представлена на рис.6.9.

В отсчетном микроскопе для уменьшения влияния параллакса на результаты измерений используют телецентрический ход главного луча в простран-

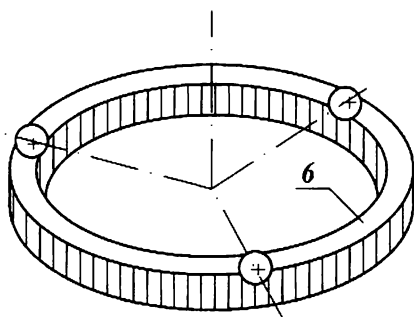


Рис. 6.8. Внешний вид опорного кольца.

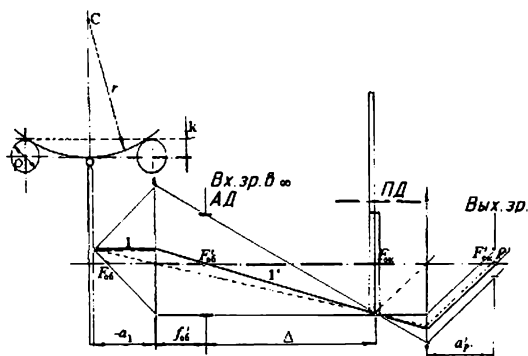


Рис. 6.9. Оптическая схема отсчетного микроскопа сферометра.

**стве предметов.** Для этого необходимо апертурную диафрагму (АД) поставить в заднюю фокальную плоскость объектива, тогда входной зрачок будет в бесконечности, а главный луч 1 в пространстве предметов пойдет параллельно оптической оси.

Положение выходного зрачка (Вых.зр.) определяется по главному лучу 1, а его размер — по апертурному. В плоскости полевой диафрагмы (ПД), расположенной в фокальной плоскости окуляра, установлены измерительные шкалы спирального окулярного микрометра.

Лабораторная работа № 1, в  
*"Измерение толщины линзы на вертикальном длиномере ИЗВ-1"*

**Вертикальный длиномер**, как компаратор и сферометр, позволяет измерять линейные величины. На вертикальном длиномере производится **прямые измерения** толщин линз от 0 до 100 мм. Отсчетным устройством и в этом приборе служит микроскоп со спиральным окулярным микрометром с ценой деления 0,001 мм.

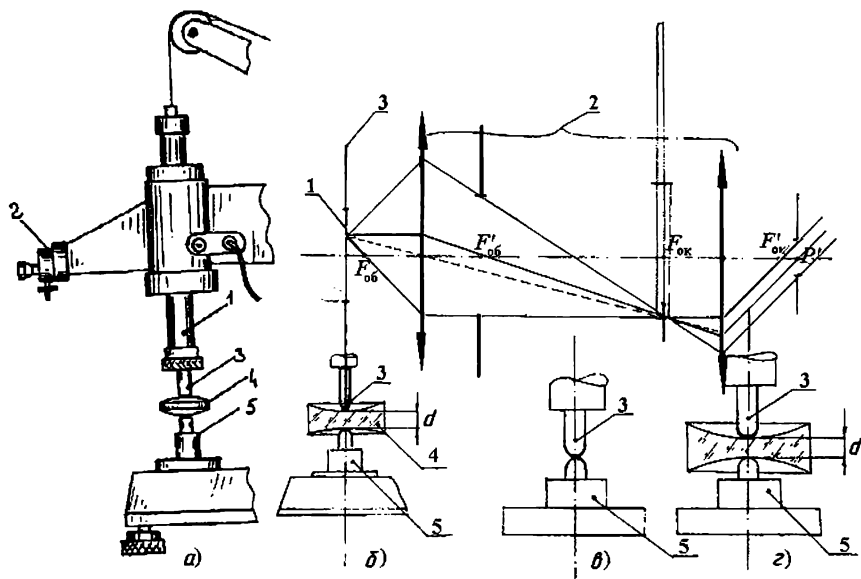


Рис. 6.10. Вертикальный длиномер ИЗВ-1: а) общий вид прибора; б) оптическая схема отсчетного микроскопа 2; в), г) объяснение принципа измерения толщины линзы.

Эталонная шкала 1 с ценой деления 1 мм (рис.6.10, а, б) в предметной плоскости отсчетного микроскопа 2 может перемещаться по вертикали. Ось контролируемого объекта должна совпадать или являться продолжением измерительного стержня, на котором крепится шкала, т. е. должен соблюдаться принцип компарирования Аббе. Наконечник измерительного стержня 3 выбирается таким, чтобы контакт контролируемой детали с ним был минимальным по площади.

**Порядок измерения:** наконечник 3 (рис.6.10, в) измерительного стержня центрируют по отношению к сферической головке, установленной на предметном столике 5, оставляя в положении, соответствующем экстремальному отсчету по шкале, и берут отсчет А, который заносят в табл.1. Затем устанавливают отрицательную линзу 4 (рис.6.10, б) между наконечником 3 измерительного стержня с эталонной шкалой 1 и наконечником опоры 5. Для совмещения оси линзы с осью измерительного стержня (эталонной шкалы) следует, вращая линзу вокруг вертикальной оси, добиться минимального значения отсчета в микроскопе 2 (отсчет Б). Необходимо сделать не менее 7 измерений (отсчеты А и Б), которые также заносят в табл. 6.1.

Толщина  $d$  линзы будет равна разности отсчетов, снятых без линзы (отсчет А) и с установленной линзой (отсчет Б). Затем производится обработка результатов (см. лаб. работу 1, а). Так как в компараторе, сферометре и длиномере в процессе измерений участвует отсчетный микроскоп, то и в этой лабораторной работе следует привести оптическую схему этого микроскопа (рис.6.10, б).

### 6.3. Лабораторная работа № 2

***"Определение углового поля зрительной трубы и линейного поля лупы. Определение увеличений лупы и зрительной трубы"***

*Определение углового поля зрительной трубы*

Угловое поле  $2\omega$  зрительной трубы в пространстве предметов — это угол между главными лучами, идущими на противоположные края полевой диафрагмы (ПД) (рис.6.11).

Для определения углового поля в пространстве предметов необходимо знать диаметр  $D_{\text{ПД}}$  полевой диафрагмы и фокусное расстояние  $f'_{\text{об}}$  объектива зрительной трубы. Тогда в соответствии с рис.6.11 можно записать:  $\text{tg}\omega = \text{tg}\omega_{\text{об}} = D_{\text{ПД}}/(2f'_{\text{об}})$ ;  $\text{tg}\omega' = \text{tg}\omega_{\text{ок}} = D_{\text{ПД}}/(2f'_{\text{ок}})$ .

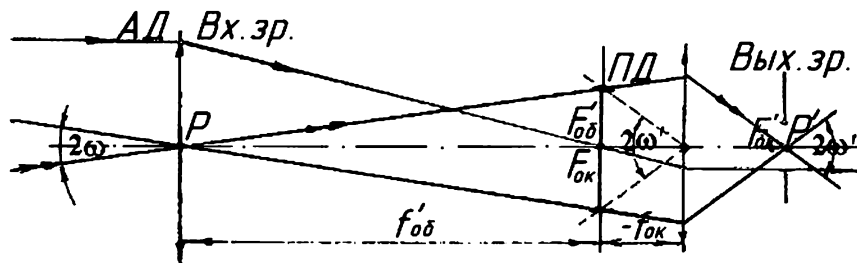


Рис. 6.11. Угловое поле зрительной трубы.

Если по каким-то причинам нельзя измерить  $f'_{об}$  и  $D_{ПД}$ , то угловое поле в пространстве предметов находят по формуле

$$\operatorname{tg} \omega = y / (2s).$$

Для этого на расстоянии  $s$  от объектива зрительной трубы устанавливают рейку и, рассматривая ее через окуляр трубы, отсчитывают число  $n$  делений рейки, видимых в пределах всего поля трубы. Произведение  $n\tau$ , где  $\tau$  — цена деления рейки, численно равно размеру  $2y$  рассматриваемого предмета. Расстояние  $s$  измеряют рулеткой;  $s$  и  $2y$  выражают в мм и вычисляют  $2\omega = 2\arctg(y/2s)$ .

В лабораторных условиях поле зрительных труб принято измерять при помощи коллиматора (**коллиматор** — оптическая система, создающая пучок параллельных лучей; коллиматор имитирует бесконечность).

Схема установки для измерения углового поля зрительной трубы представлена на рис.6.12.

Широкоугольный коллиматор 4 имеет угловое поле  $2\omega = 50...60^\circ$  и состоит из высококачественного

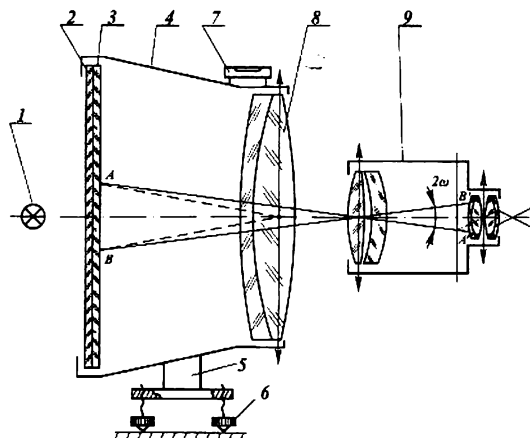


Рис. 6.12. Широкоугольный коллиматор.

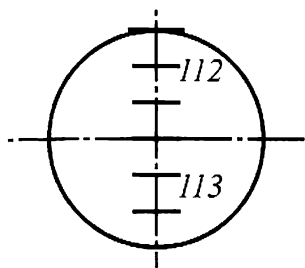


Рис. 6.13. Поле зрительной трубы.

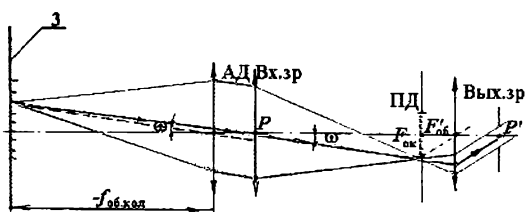


Рис. 6.14. Оптическая схема установки для измерения углового поля зрительной трубы.

объектива 8, в фокальной плоскости которого помещена стеклянная сетка 3 с угломерной шкалой. Цена деления шкалы  $\tau = 15'$ . Для получения равномерного освещения шкалы перед ней установлено матовое стекло 2, которое подсвечивается лампой 1. Коллиматор устанавливают на подставке 5, снабженной регулировочными винтами 6. Чтобы оптическая ось коллиматора была расположена в горизонтальной плоскости, на оправе объектива помещен уровень 7. Телескопическую систему (зрительную трубу) 9 помещают соосно рядом с объективом коллиматора 8 и рассматривают через нее сетку 3 коллиматора.

Сначала трубу фокусируют на резкое видение сетки 3, а затем определяют количество делений шкалы коллиматора, видимых по всему полю (рис.6.13). Умножив цену деления шкалы  $\tau$  в угловой мере на число сосчитанных делений  $n$ , получают величину углового поля  $2\omega$  зрительной трубы в пространстве предметов в угловой мере:  $2\omega = n\tau$ . На рис.6.13 в поле зрительной трубы видно 6 делений сетки, следовательно,  $2\omega = 15' \cdot 6 = 90' = 1^\circ 30'$ .

На рис.6.14 представлен ход лучей в оптической схеме установки "коллиматор+зрительная труба" при определении углового поля. Пунктирной линией проведены вспомогательные лучи для выполнения построений. Из рис.6.14 видно, что полевая диафрагма, установленная в фокальной плоскости объектива и окуляра, ограничивает угловое поле трубы.

### *Определение линейного поля лупы*

Поле лупы измеряют в угловой ( $2\omega$ ) или линейной мере ( $2y$ ). Линейное поле определяется диаметром круга, который виден через лупу при неподвижном глазе наблюдателя. Для измерения ли-

нейного поля лупы необходимо взять линейку и рассматривать деления линейки через лупу. Число делений линейки, укладываемых по диаметру поля, умноженных на цену ее деления, и есть линейное поле лупы. Например,  $2y = 1 \text{ мм } 50 \text{ дел.} = 50 \text{ мм.}$  Угловое поле лупы равно отношению диаметра  $D_n$  оправы лупы к расстоянию от глаза до лупы. Если глаз поместить в заднюю фокальную плоскость лупы, то  $\text{tg}\omega = D_n/(2f'_n)$ .

### Определение увеличения лупы

Под увеличением лупы понимают отношение тангенса угла  $\omega'$ , под которым видно изображение  $A'B'$  предмета через лупу (рис.6.15, а), к тангенсу угла  $\omega$ , под которым виден предмет  $AB$  без лупы (рис.6.15, б) или отношение линейных размеров изображений на сетчатке глаза одного и того же предмета, полученных с лупой и без лупы. Таким образом, видимое увеличение лупы  $\bar{\Gamma}_n = \text{tg}\omega'/\text{tg}\omega = y'/y$ .

Если предмет поместить в переднюю фокальную плоскость лупы, то  $\bar{\Gamma}_n = 250/f'_n$ , поэтому достаточно измерить  $f'_n$  лупы, чтобы вычислить ее увеличение.

Для производственных целей можно с достаточной точностью определить увеличение при помощи клетчатой бумаги (или с помощью двух шкал с миллиметровыми делениями). На рис.6.16 показано, что при рассматривании клетчатой бумаги две клетки

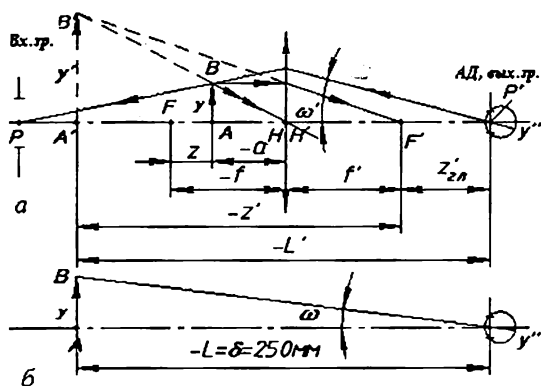


Рис. 6.15. Определение видимого увеличения лупы.

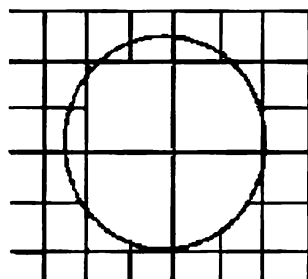


Рис. 6.16. Измерение увеличения лупы.



укладываются в увеличенной через лупу одной клетке, следовательно, увеличение лупы на рис.6.16 будет равно  $2^x$ .

### Определение увеличения зрительной трубы

Видимое увеличение зрительной трубы определяется по формулам  $\Gamma_T = \tan \omega' / \tan \omega = -f'_{об} / f'_{ок}$ ;  $|\Gamma_T| = D/D'$ .

Из формул следует, что для определения увеличения необходимо знать фокусные расстояния объектива и окуляра или диаметры входного и выходного зрачков. Измерим диаметры входного и выходного зрачков (рис.6.17).

Так как апертурная диафрагма в зрительной трубе Кеплера совпадает с оправой объектива, то входной зрачок тоже совпадает с оправой объектива, и его величину можно

измерить насадкой 1 со шкалой, которую надевают прямо на оправу объектива (рис. 6.17, а). Цена деления шкалы  $\tau_1 = 1$  мм. Выходной зрачок 3 — это изображение апертурной диафрагмы в прямом ходе лучей через последующую систему, т. е. окуляр. На рис. 6.17, б графически получены положение и размер выходного зрачка 3.

Величину выходного зрачка можно измерить с помощью динаметра Рамсдена (рис. 6.18), представляющего собой лупу 6, в передней фокальной плоскости которой расположена шкала 5 с ценой деления  $\tau_2 = 0,1$  мм.

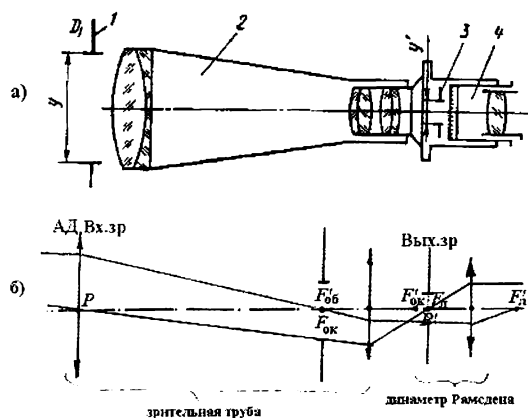


Рис. 6.17. Измерение увеличения зрительной трубы.

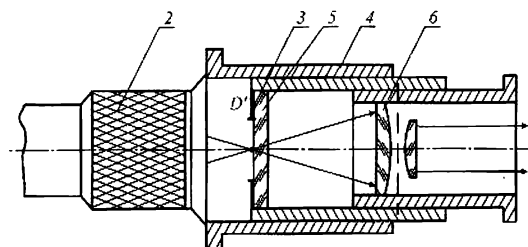


Рис. 6.18. Динаметр Рамсдена.

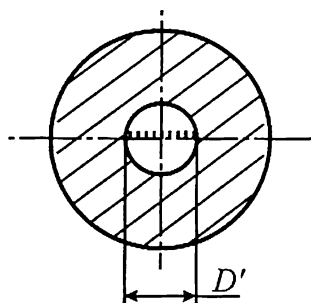


Рис. 6.19. Изображение выходного зрачка зрительной трубы, совмещенное со шкалой динаметра.

Динаметр 4 следует расположить за окуляром зрительной трубы 2 так, чтобы его шкала 5 совпала с выходным зрачком 3 трубы 2. Наблюдатель должен четко видеть шкалу динаметра и изображение зрачка диаметром  $D'$  (рис.6.19). Для определения диаметра выходного зрачка необходимо посчитать, сколько делений шкалы динаметра уместится по диаметру выходного зрачка. Число делений  $n_2$  шкалы, умноженное на цену деления  $\tau_2$ , и даст размер выходного зрачка. Тогда  $\Gamma_T = -\frac{D}{D'} = -\frac{n_1 \cdot \tau_1}{n_2 \cdot \tau_2}$

#### 6.4. Лабораторная работа № 3

##### *"Определение фокусного расстояния и кардинальных элементов $s'_F$ , $s'_H$ фотографического объектива на оптической скамье ОСК-2"*

*Цель лабораторной работы:* определение фокусного расстояния  $f'$  и задних кардинальных элементов  $s'_F$ ,  $s'_H$  фотографического объектива.

**Фокусное расстояние** — это расстояние от задней главной точки (т. $H'$ ) до заднего фокуса оптической системы (т. $F'$ ) (рис.6.20).

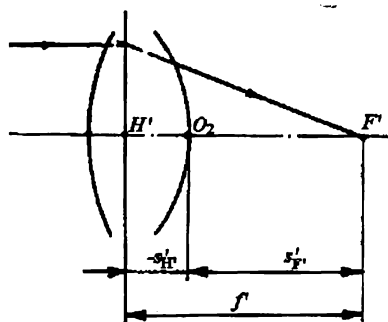


Рис. 6.20. Задние кардинальные элементы

**Задний фокальный отрезок  $s'_F$**  — расстояние от вершины задней поверхности (т. $O_2$ ) до заднего фокуса (т. $F'$ ),  $s'_H$  — отрезок, определяющий положение задней главной точки (т. $H'$ ) относительно вершины задней поверхности (т. $O_2$ ), причем  $s'_H = s'_F - f'$ .

Положение задней главной точки непосредственно установить с достаточной точностью сложно, поэтому методы измерения фокусного расстояния явля-

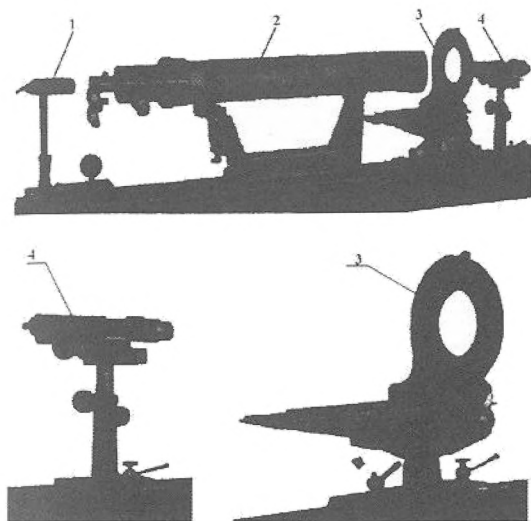


Рис. 6.21. Оптическая скамья ОСК-2.

ются **косвенными**. Наибольшее распространение получил **метод увеличения**.

Измерения выполняются на оптической скамье ОСК — 2 (рис. 6.21), где 1 — осветитель, 2 — коллиматор, 3 — специальная оправа для объектива, 4 — микроскоп.

В фокальной плоскости объектива коллиматора 2 установлен тест-объект (сетка со штрихами или мира — испытательная таблица). В зависимости

от номера мира (№ 1, № 2, № 3...) меняется база В мира — расстояние между ее базовыми штрихами (рис. 6.22). В табл. 6.3 приведены размеры базы В для разных мир.

Испытуемый объектив 4 расположен между коллиматором 2 и измерительным микроскопом 5 (рис. 6.23, а). Изображение  $2y'$  мира (предмета), даваемое объективом 4 в его фокальной плоскости, измеряем при помощи микроскопа 5 с винтовым окулярным микрометром 6. Общий вид этого микрометра показан на рис. 6.24, где 1 — окуляр, 2 — барабан отсчетного устройства, 3 —

Таблица 6.3

Мира	База мира $2y = B$ (мм)
№ 1	1,2
№ 2	2,4
№ 3	4,8
№ 4	9,6
№ 5	19,2
№ 6	38,4

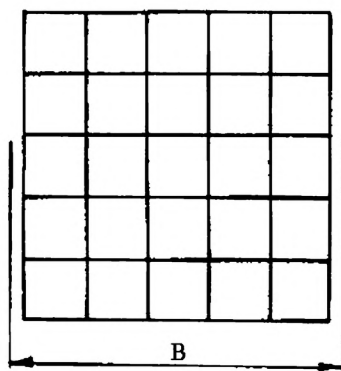
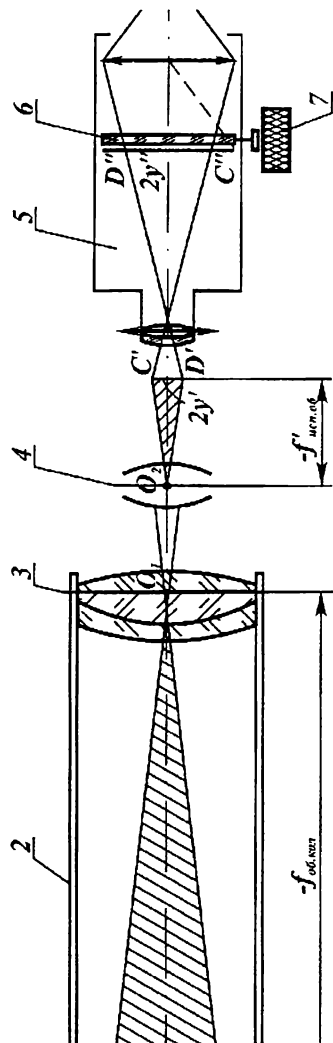
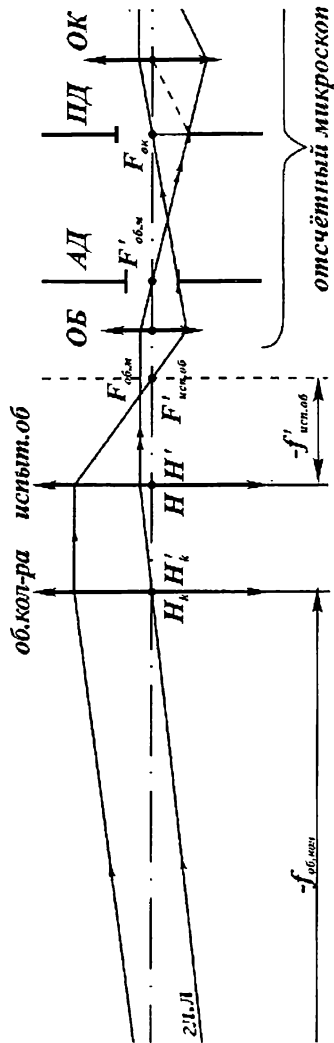


Рис. 6.22. Штриховая мира и ее база В.



a



b

Рис. 6.23. Оптическая схема установки для определения фокусного расстояния испытуемого объектива;

корпус, 4 — закрепительный винт.

На рис.6.25 показана упрощенная схема установки для определения фокусного расстояния объектива. В фокальной плоскости объектива коллиматора ( $F_{об.кол.}$ ) установлена шкала размером  $y$ , ее изображение  $y'$  получается в фокальной плоскости ( $F'_{исп.об.}$ ) испытуемого объектива.

Из подобия треугольников  $ABH_k$  и  $H'_{об} A' B'$  получим (рис.6.25):

$$f'_{исп.об} / f'_{об.кол} = y'/y, \text{ тогда}$$

$$f'_{исп.об} = f'_{об.кол} \frac{y'}{y} = f'_{об.кол} \cdot \beta$$

где  $f'_{исп.об}$  — фокусное расстояние испытуемого объектива;  $f'_{об.кол} = 1600$  мм — фокусное расстояние объектива коллиматора;  $2y$  — величина предмета (размер базы В миры в табл.3 или размер шкалы);  $2y'$  — величина изображения базы миры (шкалы) после испытуемого объектива;  $\beta$  — линейное увеличение системы "коллиматор+испытуемый объектив".

Определение фокусного расстояния сводится к измерению величины изображения  $2y'$ , определению увеличения  $\beta = y'/y$  и вычислениям по формуле:

$$f'_{исп.об} = f'_{об.кол} \cdot \beta.$$

Измерение величины  $2y'$  изображения предмета, увеличенного микроскопом, производится с помощью винтового окулярного микрометра. Он состоит из неподвижной шкалы, имеющей 8 делений (рис.6.26, а), и подвижной шкалы с перекрестием и биссектором, связанной с отсчетным барабаном.

С помощью барабана 2 (рис.6.24) вдоль шкалы может перемещаться перекрестье и двойной штрих (биссектор), которые нанесены на подвижную пластину (рис.6.26, а). Одно деление неподвижной шкалы соответствует полному обороту барабана и разде-

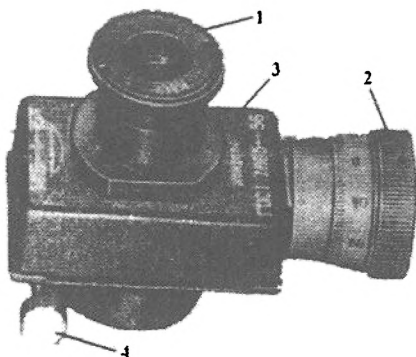


Рис. 6.24. Общий вид винтового окулярного микрометра.

лено на 100 делений, нанесенных на барабан. Цена деления  $\tau$  винтового окулярного микрометра зависит от увеличения объектива микроскопа, и она указана на приборе (или определяется).

Измерение изображения  $B'$  базы миры производится последовательным совмещением перекрестья с базовыми штрихами миры (рис.6.26, б).

Перемещение перекрестья осуществляется вращением барабана. Наведение на каждый базовый штрих миры надо выполнять так, чтобы барабан вращался по часовой стрелке (на ввинчивание) для исключения ошибки механизма (мертвого хода). Отсчет (трехзначное число) включает в себя номер штриха шкалы, расположенного слева от биссектора, и цифр, снятых с барабана (например, 603,5 дел.). Разность отчетов  $A$  и  $B$  представляет собой размер изображения  $B'$  базы миры, выраженной в делениях барабана винтового окулярного микрометра

$$2y' = B'_{\text{ср}} = (A - B)_{\text{ср}} (\text{дел.}).$$

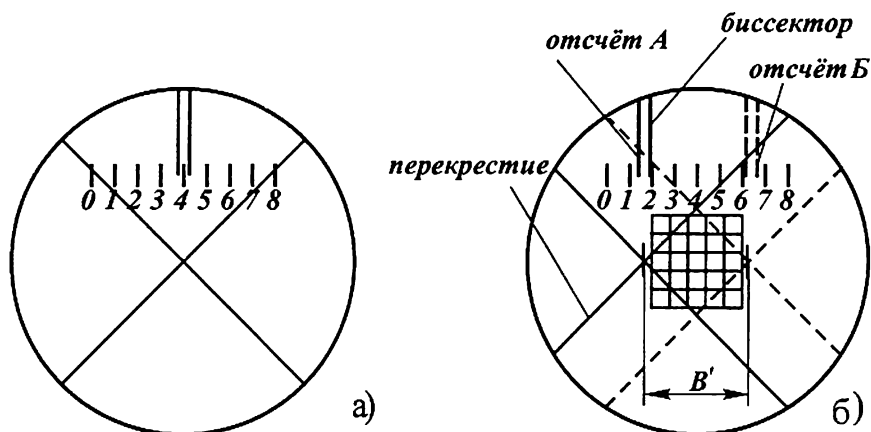


Рис. 6.26. Использование перекрестья и биссектора для снятия отсчетов.

Таблица 6.4

№ п/п	Отсчеты		$(A - B)$ , дел.	V	$V^2$
	A, дел.	B, дел.			
1					
2					
3					
4					
5					
Ср.				$\Sigma V_i$	$\Sigma V_i^2$

Чтобы получить размер изображения  $2y' = B'_{\text{ср}}$  в мм, надо учесть  $\tau$ , тогда  $2y' = B'_{\text{ср}} = (A - B)_{\text{ср}} \cdot \tau$ .

Для получения точных результатов следует снять не менее 7 отсчетов, 5 из которых занести в табл. 6.4. Обработку результатов измерений удобно вести в делениях барабана

$$\sigma = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n V_i^2}{n-1}}; S = \pm \frac{\sigma}{\sqrt{n}}.$$

Тогда

$$f'_{\text{исп.об}} = f'_{\text{об.кол}} \frac{y'}{y} = f'_{\text{об.кол}} \cdot \frac{B'}{B} = \frac{(B'_{\text{ср}} \pm S)\tau}{B} f'_{\text{об.кол}} (\text{мм})$$

### Измерение заднего фокального отрезка

Для измерения заднего фокального отрезка снимаются два отсчета по шкале, закрепленной на направляющих специальной оправы 3 (рис.6.21), в которую вставлен объектив.

Отсчет 1 снимается

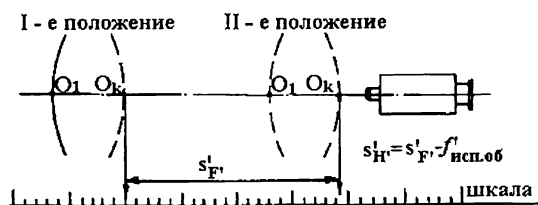


Рис. 6.27. Измерение заднего фокального отрезка.

(рис.6.27, I-е положение объектива), когда в микроскоп видно изображение миры (положение точки  $F'_{oo}$ ). Отсчет 2 снимается, когда в микроскоп резко видна задняя поверхность объектива (рис.6.27, II-е положение объектива). Для этого объектив перемещают по направляющим из положения I в положение II. Для наблюдения задней поверхности объектива на нее наносится порошок мела. Разность отсчетов равна заднему фокальному отрезку  $s'_F$ .

## 6.5. Лабораторная работа № 4

### *"Определение разрешающей способности объектива по мире на оптической скамье ОСК-2"*

*Разрешающая способность* оптической системы — это способность оптической системы давать раздельными изображения двух близлежащих точек (линий). На разрешающую способность влияют aberrации оптической системы и дифракция, при наличии которых оптическая система изображает точку пятном рассеяния, что ведет к уменьшению разрешающей способности системы. По разрешающей способности можно судить о качестве изображения, даваемого оптической системой.

Разрешающая способность оценивается линейным или угловым пределом разрешения, который измеряют:

*в линейной мере ( $R$ )* — число линий или точек, разрешаемых (видимых раздельно) на 1 мм ( $\text{мм}^{-1}$ );

*в угловой мере ( $\psi$ )* — угол, под которым эти линии (точки) видны раздельно (угловые секунды).

Для определения разрешающей способности ОС применяют испытательные тесты (таблицы) — штриховые и радиальные, называемые *мирами*. На рис.6.28, а представлена *штриховая мира*, которая состоит из 25 элементов, каждый из которых включает 4 квадрата со штрихами разного направления (рис.6.28, б). Ширина  $l$  штрихов убывает от элемента № 1 к элементу № 2 по закону геометрической прогрессии со знаменателем 0,94 (шириной  $l$  штриха называют расстояние между соседними темными и светлыми штрихами — рис. 6.28, б).

Число штрихов на 1 мм для каждого номера миры (всего 6 номеров мир) приведено в табл. 6.5.

Для определения разрешающей способности объектива 4 его устанавливают на оптической скамье между коллиматором 2 и



измерительным микроскопом 5 (рис.6.23, а) (лабораторная работа № 3). В фокальной плоскости коллиматора устанавливают миру 1, которую освещают через матовое стекло источником света. Изображение мира строится в фокальной плоскости испытуемого объектива 4 (фокусное расстояние объектива 4 уже измерено в лабораторной работе

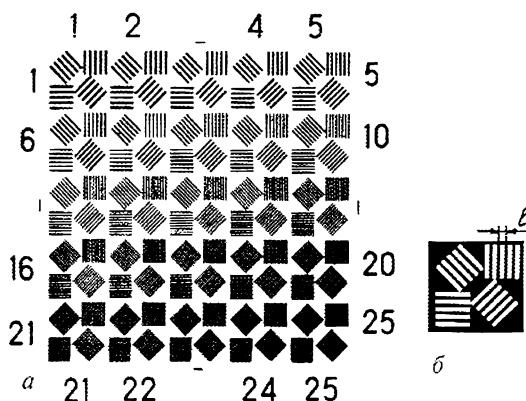


Рис. 6.28. Штриховая мира (а), элемент штриховой мира (б).

№ 3). Это изображение рассматривается через микроскоп 5 (рис.6.23, а). Элемент мира считается разрешенным, если в этом элементе штрихи во всех четырех направлениях видны отдельно (рис.6.28, б), и неразрешенным, если хотя бы в одном направлении штрихи мира не видны отдельно. Если все 25 элементов мира разрешаются или все элементы не разрешаются, то следует заменить миру и выбрать ту, по которой можно найти разрешаемый элемент и определить его номер.

По табл. 6.6, в которой значения величины  $\psi''$  рассчитаны по формуле  $\psi'' = (l/f'_{об.кол}) \cdot 206\,265$ , находят величину разрешающей способности испытуемого объектива в угловой мере  $\psi''$  (в секундах). Для ОСК — 2 величина  $f'_{об.кол} = 1600$  мм.

Например, для мира № 3 и разрешаемого квадрата № 15 угловой предел разрешения  $\psi''_{об} = 4,56''$ . По величине  $\psi''$  можно найти линейный предел разрешения  $l' = f'_{об}(\psi''_{об}/206\,265)$  — расстояние между двумя соседними темными и светлыми полосами в

Таблица 6.5

Мира	№ 1	№ 2	№ 3	№ 4	№ 5	№ 6
1-й элемент мира (наименьшее число штрихов)	50	25	12,5	6,5	3,1	1,56
25-й элемент мира (наибольшее число штрихов)	200	100	50	25	12,5	6,3
Размер базы В мира, мм	1,2	2,4	4,8	9,6	19,2	38,4

изображении мира. Для определения линейного предела разрешения нужно найти величину, обратную величине  $l'$ , т. е.  $R = 1/l' = 206\,265/(f'_{\text{об}} \psi''_{\text{об}})$ , где  $f'_{\text{об}}$  — измерено в лабораторной работе № 3.

Линейный предел разрешения можно определить по-другому: измерить с помощью микроскопа 5 (рис.6.23, а) величину изображения  $B'$  базы мира (эти измерения уже выполнены в лабораторной работе № 3) и по формуле  $R = (60/B')k_N$  найти разрешающую способность в линейной мере ( $\text{мм}^{-1}$ ), где  $B'$  — величина изображения базы мира;  $k_N$  — коэффициент, соответствующий номеру разрешаемого элемента стандартной мира, взятый из табл. 6.7.

Пусть испытуемый объектив имеет  $f'_{\text{об}} = 602$  мм, диаметр входного зрачка объектива  $D = 80$  мм, тогда относительное отверстие  $D/f'_{\text{об}} = 80/602 = 1:7,5$ . При определении разрешающей способности использовали миру № 2, в которой разрешался 8-й элемент. По табл. 6.6  $\psi''_{\text{об}} = 3,44''$ , что соответствует ширине штриха в изображении мира

$$l' = \frac{f'_{\text{об}} \cdot \psi''_{\text{об}}}{206265} = \frac{602 \cdot 3,44}{206265} = 0,01004(\text{мм}).$$

Найдем разрешающую способность объектива в линейной мере

$$R = 1/l' = 1/0,01004 = 99,6 (\text{мм}^{-1}).$$

Разрешающую способность  $R$  в линейной мере можно определить и вторым способом: измерить размер изображения базы мира  $B' = 0,9036$  мм, затем по табл. 6.7 найти для 8-го элемента значение коэффициента  $k_N = 1,5$  и вычислить

$$R = \frac{60}{B'} k_N = \frac{60}{0,9036} 1,5 = 99,6(\text{мм}^{-1}).$$

Оптическая схема установки для определения разрешающей способности представлена на рис.6.23 (лабораторная работа № 3).

Для высококачественного объектива разрешающая способность может быть оценена по формуле  $\psi'' = 120''/D$ , где  $D$  — диаметр входного зрачка объектива. Для нашего примера  $\psi'' = 120''/80 = 1,5''$  (по миру получили  $\psi'' = 3,4''$ ). Это говорит о невысоком качестве испытуемого объектива.

По миру можно определить разрешающую способность зрительной трубы, хотя ее разрешающая способность все равно определяется разрешающей способностью объектива. Для этого миру рассматривают непосредственно через зрительную трубу. Для

Таблица 6.6

Номер разрешаемого элемента миры	Номера мир				
	№ 1	№ 2	№ 3	№ 4	№ 5
1	2,58	5,16	10,3	20,6	41,3
2	2,43	4,86	9,73	19,5	38,9
3	2,30	4,60	9,20	18,4	36,8
4	2,17	4,33	8,66	17,3	34,7
5	2,05	4,09	8,16	16,4	32,7
6	1,91	3,82	7,64	15,3	30,6
7	1,84	3,68	7,36	14,7	29,5
8	1,72	3,44	6,88	13,8	27,5
9	1,61	3,22	6,45	12,9	25,8
10	1,52	3,03	6,06	12,1	24,3
11	1,43	2,86	5,73	11,5	22,9
12	1,36	2,71	5,42	10,9	21,7
13	1,29	2,58	5,16	10,03	20,6
14	1,21	2,42	4,84	9,68	19,4
15	1,14	2,28	4,56	9,13	18,3
16	1,07	2,15	4,30	8,59	17,2
17	1,02	2,03	4,06	8,12	16,2
18	0,96	1,92	3,84	7,67	15,3
19	0,92	1,84	3,68	7,37	14,7
20	0,85	1,71	3,41	6,83	13,7
21	0,81	1,61	3,22	6,45	12,9
22	0,76	1,52	3,03	6,07	12,1
23	0,72	1,43	2,86	5,73	11,5
24	0,68	1,36	2,71	5,43	10,9
25	0,64	1,29	2,58	5,16	10,3

этого трубу 3 устанавливают за коллиматором 1 + 2 на оптической скамье (рис. 6.29). Дополнительную трубу 4 применяют для получения необходимого увеличения при рассмотрении изображения миры и исключения влияния размера зрачка глаза. Общее увеличение системы: объектив коллиматора, испытываемая зрительная труба, дополнительная труба — должно составлять 3—4<sup>х</sup>

Таблица 6.7

№ элемента	Значения $k_N$	№ элемента	Значения $k_N$
1	1,0	13	2,0
2	1,06	14	2,13
3	1,12	15	2,26
4	1,19	16	2,4
5	1,26	17	2,54
6	1,34	18	2,69
7	1,42	19	2,85
8	1,5	20	3,0
9	1,6	21	3,2
10	1,7	22	3,4
11	1,8	23	3,6
12	1,9	24	3,8
		25	4,0

(можно и не использовать дополнительную трубу 4 при измерении, если выходной зрачок зрительной трубы более 2 мм).

Методика измерения разрешающей способности трубы не отличается от методики, описанной выше, так как окуляр не влияет на измерение разрешающей способности (по номеру элемента разрешаемых штрихов миры из табл. 6.6 получают угловую величину разрешающей способности).

Разрешающую способность зрительной трубы можно определить и без длиннофокусного коллиматора. Для этого миру устанавливают не ближе, чем на расстоянии  $30f'_{об}$  от объекти-

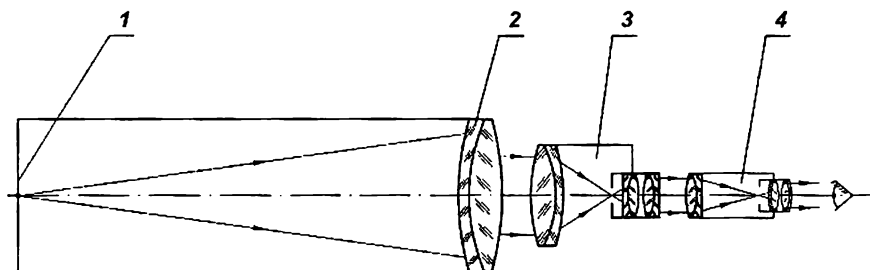


Рис. 6.29. Установка для измерения разрешающей способности зрительной трубы.

ва зрительной трубы и ведут такие же наблюдения, как если бы мира находилась в фокальной плоскости коллиматора. В этом случае угловая разрешающая способность определяется как  $\psi'' = (l/s) \cdot 206\,265$ , где  $l$  — размер разрешаемого штриха мира в мм;  $s$  — расстояние от объектива трубы до мира в мм. Можно также определить номер разрешаемого элемента мира и по табл. 6.6 найти  $\psi''$ .

## 6.6. Контрольные вопросы к лабораторным работам

1. Что называют погрешностью измерений ?
2. Классификация погрешностей, охарактеризуйте каждую из них.
3. Какие погрешности характеризуют точность метода измерений? Как эти погрешности вычисляются?
4. Какая погрешность характеризует точность результата измерений? Как эту погрешность вычислить?
5. Остаточные погрешности. Как они вычисляются ?
6. Как вычисляется вероятная погрешность результата измерений ?
7. Почему надо выполнять многократные измерения ?
8. Косвенные и прямые измерения. Средняя квадратическая погрешность косвенных измерений (два случая).

### 6.6.1. Вопросы для защиты лабораторной работы № 1

1. Какой вид измерений (прямые или косвенные) используется на компараторе ИЗА — 2?
2. На каком принципе основано действие прибора?
3. Пределы измерений на приборе. Точность отсчета по спиральному окулярному микрометру.
4. Описать процесс измерений на приборе.
5. Что означают цифры 9х0,1 на оправе объектива визирного микроскопа?
6. Увеличение окуляра 15<sup>x</sup>. Чему равно фокусное расстояние окуляра?
7. Где расположена апертурная диафрагма в визирном и отсчетном микроскопах? Где устанавливается полевая диафрагма ?
8. Какой луч определяет положение выходного зрачка?

9. Покажите на оптической схеме плоскости, в которых находятся измеряемая шкала и эталонная шкала.

10. Покажите на схеме отсчетного микроскопа апертурный угол в пространстве предметов, оптический интервал, положение глаза наблюдателя.

11. Где расположена предметная плоскость в микроскопе, если из него выходит параллельный пучок лучей?

12. Зачем нужен телецентрический ход лучей в отсчетных микроскопах?

13. Достоинства и недостатки микроскопа с телецентрическим ходом лучей.

14. Запишите формулу для видимого увеличения микроскопа.

15. Чем отличается оптическая схема (по ограничению пучков лучей) визирного микроскопа от отсчетного?

### *6.6.2. Вопросы для защиты лабораторной работы № 2*

1. Дать определение линейного и углового полей.

2. Как измеряют угловое поле зрительной трубы?

3. Что из себя представляет широкоугольный коллиматор? Для чего его используют при измерениях?

4. Какая диафрагма ограничивает угловое поле в зрительной трубе Кеплера? Где расположена эта диафрагма?

5. Записать формулу для определения видимого увеличения зрительной трубы.

6. Каким способом можно измерить увеличение зрительной трубы?

7. Увеличение окуляра зрительной трубы  $10\times$ . Чему равно фокусное расстояние окуляра?

8. Найти фокусное расстояние объектива трубы Кеплера, если видимое увеличение  $\Gamma = 30\times$ , а увеличение окуляра  $10\times$ .

9. Каким образом можно определить увеличение лупы?

10. Если увеличение лупы равно  $2\times$ , чему равно ее фокусное расстояние?

11. Дайте определение видимого увеличения лупы.

12. Что является апертурной диафрагмой в лупе при работе ее с глазом?

13. Есть ли полевая диафрагма в лупе?

14. Какое изображение дает лупа? Где должен располагаться предмет относительно лупы?

15. Что такое динаметр Рамсдена? Для чего он используется в данной работе?

### *6.6.3. Вопросы для защиты лабораторной работы № 3*

1. Покажите на рисунке задние кардинальные отрезки фото-объектива.

2. Как построением найти положение задней главной точки объектива?

3. Каким методом выполняется измерение фокусного расстояния? Почему этот метод так называется?

4. На какой установке выполняются измерения кардинальных элементов объектива?

5. Назначение коллиматора при измерении фокусного расстояния на скамье ОСК — 2. Каковы величины фокусного расстояния и относительного отверстия объектива коллиматора? Во сколько раз фокусное расстояние объектива коллиматора больше фокусного расстояния испытуемого объектива?

6. Назначение микроскопа при измерении фокусного расстояния. Какое отсчетное устройство используется в отсчетном микроскопе?

7. Как измеряется задний фокальный отрезок? Покажите на рисунке отрезок  $s'_F$ . Как определить кардинальный отрезок  $s'_H$ ?

8. Какой вид измерений используется в этой работе для определения фокусного расстояния?

9. Каким образом можно измерить передние кардинальные отрезки?

10. Чему равно увеличение системы при измерении фокусного расстояния ?

11. Каково относительное отверстие объектива, если испытуемый объектив имеет  $f' = 400$  мм, а его диаметр  $D = 100$  мм (апертурная диафрагма совпадает с оправой объектива)?

12. Как определяется средняя квадратическая погрешность измерения и результата измерений?

13. Чем отличаются прямые измерения от косвенных? Какие измерения в данной работе прямые, а какие косвенные?

### *6.6.4. Вопросы для защиты лабораторной работы № 4*

1. Дайте определение разрешающей способности оптической

системы, линейного и углового пределов разрешения. Единицы измерения пределов разрешения.

2. В каких единицах измеряют разрешающую способность?

3. Какие тесты используют при определении разрешающей способности?

4. Как определить разрешающую способность объектива, зрительной трубы? Что означает фраза: "объектив разрешает 22 элемент миры"?



## 7. ТИПОВЫЕ ЗАДАЧИ ПО ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКЕ

### 7.1. Построение хода луча, преломляющегося на отдельной поверхности

#### 7.1.1. Правила построения хода луча при преломлении его на плоской поверхности

Пусть плоская поверхность  $PP$  разделяет две среды с показателями преломления  $n$  и  $n'$ , причем пусть  $n < n'$  (рис.7.1, а), т. е. луч идет из менее плотной среды (воздух) в более плотную (стекло, воду и т. п.). Пусть также луч  $AO$  падает на эту поверхность под углом падения  $\varepsilon$ . Для построения хода преломленного луча  $OA'$  необходимо на падающем луче  $AO$  от точки  $O$  отложить отрезки  $OD$  и  $OE$ , пропорциональные величинам  $n$  и  $n'$ , (пусть  $n = 1$ ,  $n' = 1,5$ ).

Примем длину отрезка  $OD = 20$  мм, тогда длина отрезка  $OE$ , пропорционального  $n'$ , будет равна  $OE = OD \cdot n' = 20 \cdot 1,5 = 30$  мм. Вокруг точки  $O$ , как центра окружности, прове-

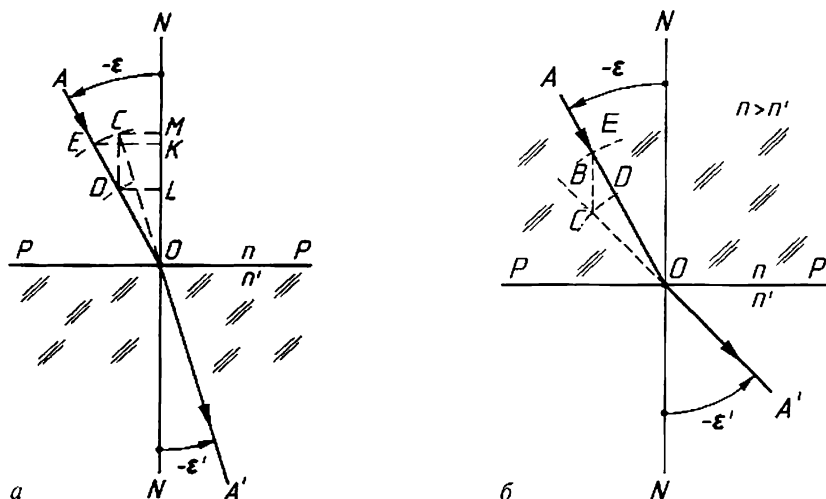


Рис. 7.1. Построение хода луча через плоскую преломляющую поверхность: а)  $n < n'$ ; б)  $n > n'$ .

дем дуги радиусами  $OE$  и  $OD$ . Через точку  $D$  проведем прямую, параллельную нормали  $NN$  к поверхности  $PP$  в точке  $O$ , и найдем точку  $C$  пересечения этой вспомогательной прямой с дугой, проходящей через точку  $E$ . Через точку  $C$  и точку  $O$  проведем прямую  $CO$ , которая и определит направление преломленного луча  $OA'$ . Угол  $\varepsilon' < \varepsilon$ .

Докажем, что при таком построении соблюдается закон преломления (рис.7.1, а):

$$\sin \varepsilon = \frac{EK}{OE} = \frac{DL}{OD}, \quad \sin \varepsilon' = \frac{CM}{CO} = \frac{DL}{OE},$$

$$\text{тогда } \frac{\sin \varepsilon}{\sin \varepsilon'} = \frac{DL}{OD} \cdot \frac{OE}{DL} = \frac{OE}{OD} = \frac{n'}{n},$$

т. е. соблюдается закон преломления ( $n \sin \varepsilon = n' \sin \varepsilon'$ ).

Если луч  $AO$  идет из более плотной среды (стекло с  $n = 1,5$ ) в менее плотную (воздух с  $n' = 1$ ), т. е. когда  $n > n'$  (рис.7.1, б), то построение преломленного луча выполняется следующим образом: на луче  $AO$  надо отложить отрезок  $OE = 30$  мм, пропорциональный значению  $n$ , и отрезок  $OD = 20$  мм, пропорциональный значению  $n'$ . Из точки  $O$  падения луча проводят две дуги радиусами  $OE = 30$  мм,  $OD = 20$  мм. Так как луч идет из более плотной среды, то вспомогательную прямую (пунктирная линия), параллельную нормали  $NN$ , проводят из точки  $E$  до пересечения с дугой радиуса  $OD$  (т.С). Прямая, проведенная через точку  $C$  и точку  $O$  дает направление преломленного луча  $OA'$ . В этом случае  $\varepsilon' > \varepsilon$  (рис.7.1, б).

### 7.1.2. Построение хода луча через сферическую преломляющую поверхность

Построение хода произвольного луча  $AB$  после преломления на сферической поверхности  $PP$  выполняется аналогичным образом, что и в рассмотренных раньше случаях. При этом следует помнить, что нормалью к сферической поверхности  $PP$  в точке  $B$  падения луча  $AB$  является радиус кривизны этой поверхности.

На рис.7.2 точка  $C$  — центр кривизны сферической поверхности,  $NN$  — нормаль в точке  $B$  падения луча. Луч  $AB$  идет из оптически менее плотной среды (воздух с  $n = 1$ ) в оптически более плотную среду (стекло с  $n' = 1,5$ ). Построение хода луча после

преломления выполняется следующим образом (рис.7.2): на падающем луче  $AB$  откладывают от точки  $B$  отрезки  $BD$  и  $BE$ , пропорциональные значениям  $n$  и  $n'$  (пусть  $BD = 20$  мм, тогда длина отрезка  $BE = 30$  мм).

Из точки  $B$  проводят дуги радиусами  $BD = 20$  мм,  $BE = 30$  мм. Из точки  $D$  проводят вспомогательную прямую (пунктирная линия), параллельную нормали  $NN$  к поверхности  $PP$ , до пересечения ее с дугой радиуса  $BE$  (т.  $K$ ). Через точку  $K$  и точку  $B$  проводят прямую, продолжение которой даст направление преломленного луча. В этом случае, как следует из построения,  $\varepsilon' < \varepsilon$ .

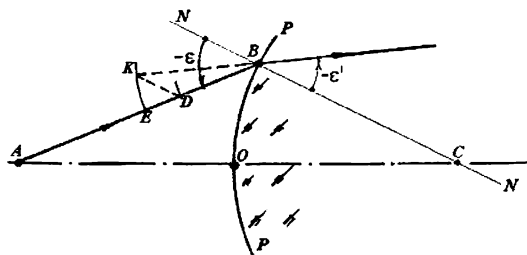


Рис. 7.2. Построение хода луча через сферическую преломляющую поверхность.

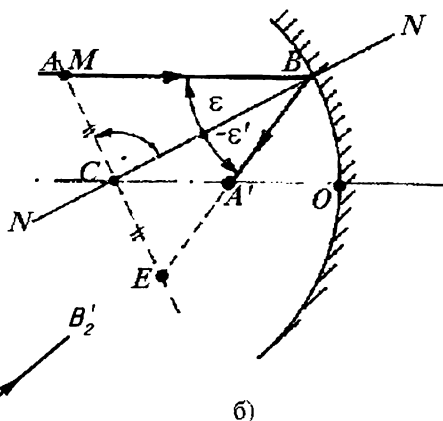
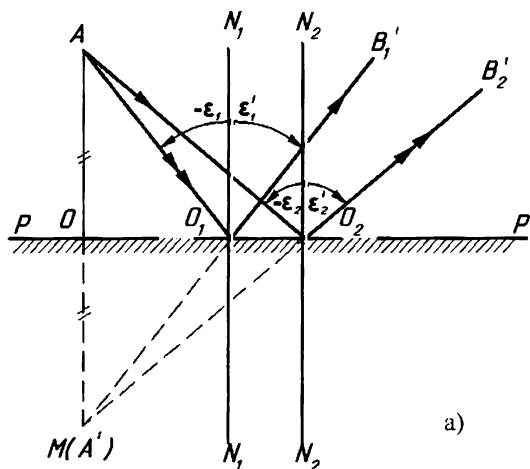
## 7.2. Построение хода луча, отраженного от плоского и сферического зеркал. Нарушение гомоцентричности пучков лучей преломляющими и отражающими поверхностями

При построении отраженного луча лучше откладывать от нормали не равные углы  $\varepsilon$  и  $\varepsilon'$ , а соответствующие им равные отрезки.

Для определения направления отраженных лучей  $O_1B'_1$ ,  $O_2B'_2$  выберем на падающем луче  $AO_1$  (рис.7.3,а) произвольную точку  $A$ . Опустим перпендикуляр из точки  $A$  на отражающую поверхность  $PP$ , продолжим его и от точки  $O$  отложим отрезок  $OM = AO$ . Соединим точку  $M$  с точкой  $O_1$  (т.  $O_2$ ) пунктирными линиями, продолжение которых над отражающей поверхностью и даст направление отраженных лучей, идущих из точки  $A$ . Из построений легко доказать, что угол падения  $\varepsilon$  равен по модулю углу отражения  $\varepsilon'$ , т. е. плоская отражающая поверхность **не нарушает гомоцентричности пучков лучей**.

Пусть теперь на сферическую отражающую поверхность — вогнутое сферическое зеркало (рис.7.3,б) или выпуклое сферическое зеркало (рис.7.4), падает луч  $AB$ . Для построения хода отраженного луча проведем нормаль  $NN$  к сферической поверхности

Рис. 7.3. Построение лучей, отраженных от оптических поверхностей: а) от плоского зеркала; б) от вогнутого сферического зеркала.



в точке  $B$  падения луча, точка  $C$  — центр кривизны сферической поверхности зеркала.

В точке  $C$  восстановим перпендикуляр к нормали  $NN$  и проведем его до пересечения

ния (т.  $M$ ) с падающим лучом  $AB$  (рис. 7.3, б) или его продолжением (рис. 7.4.). Отложим на продолжении перпендикуляра отрезок  $CE = CM$  и соединим точку  $B$  с точкой  $E$ . Тогда  $BE$  — направление отраженного луча, так как из  $\triangle MBE$  видно, что  $\angle MBC = \angle CBE$ , т. е. соблюдается закон отражения. Точка  $A'$  — изображение точки  $A$  после отражения от зеркала. Если из точки  $A$  построить еще один луч, то станет очевидно, что сферическая отражающая поверхность **нарушает гомоцентричность пучка лучей (доказать самостоятельно)**.

Выполнив построения хода лучей, покажем, что плоская преломляющая поверхность, разделяющая среды с показателями преломления  $n_1$  и  $n_2$ , **нарушает гомоцентричность пучка лучей**, т. е. лучи, вышедшие из одной точки предмета на оси (т.  $A$ ), после преломления не сходятся в одной точке.

Используя правила построения хода луча через плоскую преломляющую поверхность, графическим построением найдем точки пересечения преломленных лучей  $1'$ ,  $2'$  с оптической осью (рис. 7.5).

Из построения видно, что лучи 1, 2, вышедшие из точки  $A$  и попавшие на плоскую поверхность на разных высотах, после преломления на плоской поверхности пересекают оптическую ось не в одной точке, а в точках  $A'_1$ ,  $A'_2$  соответственно, т. е. при преломлении на плоской поверхности **нарушается гомоцентричность пучка лучей**.

Графическим построением покажем, что сферическая преломляющая поверхность нарушает гомоцентричность пучка лучей (рис.7.6).

Пусть из точки  $A$  предмета на оси, лежащей в бесконечности, на преломляющую сферическую поверхность заданного радиуса  $r$  падает гомоцентрический пучок лучей 1, 2 (рис.7.6).

Выполним графические построения хода лучей, приняв  $n_1 = 1$ ,  $n_2 = 1.5$ . Из построе-

Рис. 7.6. Нарушение гомоцентричности пучка лучей сферической преломляющей поверхностью.

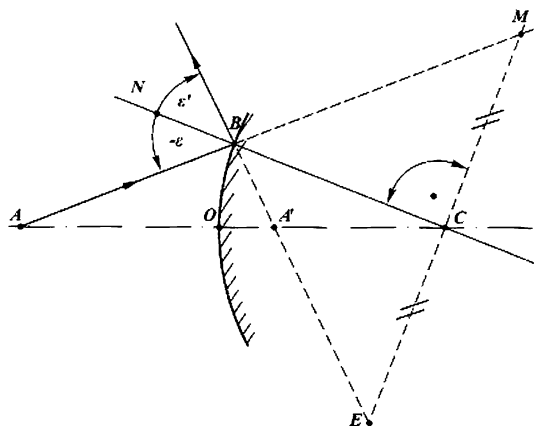


Рис. 7.4. Построение луча, отраженного от выпуклого сферического зеркала.

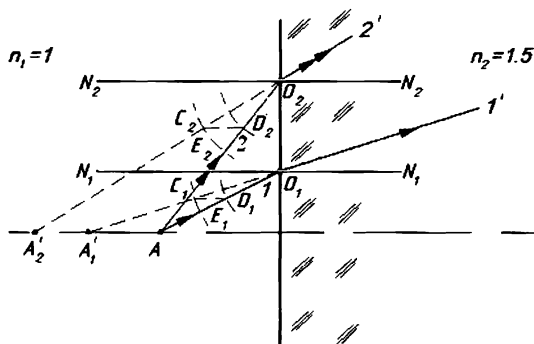
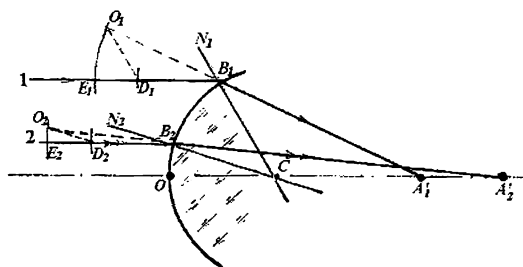


Рис. 7.5. Нарушение гомоцентричности пучка лучей плоской преломляющей поверхностью.



ний видно, что лучи 1, 2 после преломления на сферической поверхности не пришли в одну точку, а пересекли оптическую ось в точках  $A'_1$ ,  $A'_2$  соответственно. Следовательно, сферическая преломляющая поверхность *нарушает гомоцентричность пучка лучей*.

### 7.3. Задачи с решениями на применение основных законов геометрической оптики

#### Задача 1.

Скорость распространения света с длиной волны  $\lambda = 589,3$  нм в воде  $v_1 = 225 \cdot 10^3$  км/с, а в стекле  $v_2 = 198,2 \cdot 10^3$  км/с. Найти показатель преломления стекла относительно воды.

Решение.

Относительный показатель преломления определяется как отношение скорости распространения света в воде к скорости распространения света в стекле, т. е.  $n_{2,1} = v_1 / v_2$ , тогда в данном случае  $n_{2,1} = v_1 / v_2 = 225\,000 / 198\,200 = 1,13\,522$ .

#### Задача 2.

Скорость распространения света в алмазе  $v = 124 \cdot 10^6$  м/с. Найти показатель преломления света в алмазе.

Решение.

Абсолютный показатель преломления определяется как отношение скорости распространения света в вакууме к скорости распространения света в среде (алмазе), т. е.  $n = c/v$ , тогда для алмаза  $n = 3 \cdot 10^8 / (124 \cdot 10^6) = 2,4194$ .

#### Задача 3.

На пути светового луча, идущего из воздуха, стоит пластина из стекла с  $n_2 = 1,5183$  (стекло марки К8), поверхности которой параллельны друг другу (плоскопараллельная пластина — ППП). Толщина пластины  $d = 4$  мм. Как изменится оптическая длина пути луча, если луч  $AB$  будет падать на пластину:

- а) нормально, т. е. угол падения луча  $\varepsilon = 0^\circ$  (рис.7.7, а);
- б) под углом  $\varepsilon = 30^\circ$  (рис.7.7, б).

Решение.

Оптический путь  $L$  луча — это произведение геометрического пути луча на показатель преломления среды, в которой идет луч. При нормальном падении луча  $AB$  на стеклянную пластину (рис.7.7) оптический путь луча в пластине составил бы  $L_2 = n_2 d$ . Если бы луч  $AB$  шел на такой же толщине  $d = 4$  мм в воздухе, то его оптический путь составлял бы  $L_1 = n_1 d$ . Видно, что изменение

длины оптического пути при введении ППП составит

$$\Delta L = L_2 - L_1 = n_2 d - n_1 d = d(n_2 - n_1) = 4(1,5183 - 1) = 2,0732 \text{ (мм)}.$$

При падении луча под углом  $\varepsilon_1 = 30^\circ$  (рис.7.7) его оптический путь в воздухе, если  $d = 4$  мм, будет

$L_1 = n_1 d / \cos 30^\circ = 1 \cdot 4 / \cos 30^\circ = 4,706$  мм, а в плоскопараллельной пластине оптический путь составит  $L_2 = n_2 d / \cos \varepsilon'_1$ .

Найдем, используя закон преломления, угол преломления  $\varepsilon'_1$  луча на первой преломляющей поверхности

$$\sin \varepsilon'_1 = \sin \varepsilon_1 / n_2 = \sin 30^\circ / 1,5183 = 0,5 / 1,5183 = 0,3293 \text{ и}$$

$$L_2 = 1,5183 \cdot 4 / 0,9445 = 6,430 \text{ (мм)},$$

тогда изменение оптического пути составит

$$\Delta_2 = L_2 - L_1 = 6,430 - 4,706 = 1,724 \text{ (мм)}.$$

Как видно из рис.7.7, б, при наклонном падении луча на ППП после преломления на второй поверхности ППП происходит смещение луча относительно своего первоначального направления. Величина смещения  $\Delta$  луча определяется при небольших углах падения по формуле

$$\Delta = (n_2 - 1)d / n_2 = (1,5183 - 1)4 / 1,5183 = 1,365 \text{ мм}.$$

Задача 4

Определить угол преломления луча на плоской поверхности, разграничивающей среды с показателями преломления  $n = 1$ ,  $n'_1 = n_2 = 1,5183$ , если угол падения луча  $\varepsilon_1 = 30^\circ$ .

Решение.

В соответствии с законом преломления  $\sin \varepsilon'_1 = n_1 \sin \varepsilon_1 / n'_1$ ,

$$\sin \varepsilon'_1 = 1 \cdot \sin 30^\circ / 1,5183 = 0,3293, \text{ и угол преломления } \varepsilon'_1 = 19^\circ 14'.$$

Видно, что при  $n'_1 > n_1$  преломленный луч приближается к нормали, проведенной в точке падения луча.

Задача 5.

Как представляется точка А, находящаяся над поверхностью воды, для смотрящего из воды глаза — ближе к поверхности раздела двух сред или дальше от нее?

Решение.

Пусть  $PP$  является границей раздела двух оптических сред с

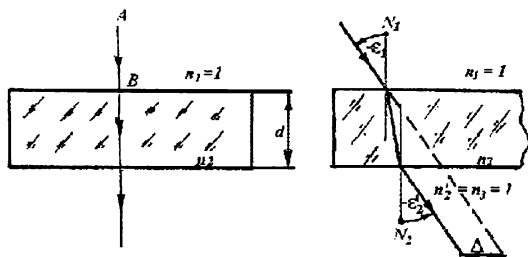


Рис. 7.7. Определение оптической длины пути: а)  $\varepsilon = 0^\circ$ ; б)  $\varepsilon = 30^\circ$ .

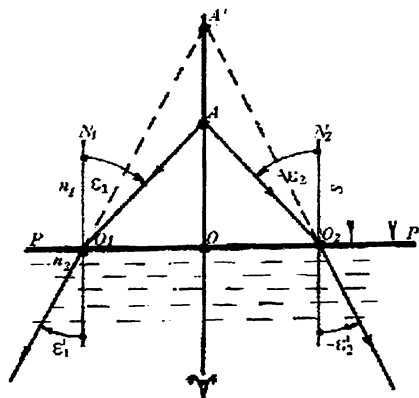


Рис. 7.8. Графическое представление задачи 5.

показателями преломления  $n_1$  и  $n_2$  (рис.7.8). Точка  $A$  находится в среде с показателем преломления  $n_1$ . Луч  $AO$ , падающий перпендикулярно на границу раздела  $PP$ , пройдет ее без преломления, а лучи  $AO_1$  и  $AO_2$ , образующие малые углы падения  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_2$ , изменят направление, так как преломятся в точках  $O_1$  и  $O_2$ . Углы преломления  $\epsilon'_1$  и  $\epsilon'_2$  будут меньше углов падения, поскольку  $n_2 > n_1$ . В глаз попадают лучи под очень малыми углами, поэтому закон преломления можно записать в следующем виде

$$n_1 \cdot \epsilon_1 = n_2 \cdot \epsilon'_1 \text{ или } \epsilon_1 = n_2 \cdot \epsilon'_1, \text{ так как } n_1 = 1.$$

Из рис.7.8 находим:  $\epsilon'_1 = O_1O/OA' = O_1O/s'$ ;  $\epsilon_1 = O_1O/OA = O_1O/s$ .

Используя закон преломления и учитывая выражения для углов  $\epsilon_1$  и  $\epsilon'_1$ , найдем  $O_1O/s' = (n_1/n_2) \cdot (O_1O/s)$ ;  $s' = n_2s/n_1$ . Так как  $n_2 > n_1$ , то  $s' > s$ . Следовательно, если точка  $A$  находится в воздухе ( $n_1 = 1$ ), то при наблюдении ее из воды она окажется на большем расстоянии, чем расстояние, на котором она находится в действительности, т. е.  $s' = n_2s = 1,333 \cdot s$ , так как  $n_2 = n_{\text{воды}} = 1,333$ .

#### Задача 6.

Показать, как из закона преломления можно получить закон отражения.

#### Решение.

В геометрической оптике принимается, что свет распространяется слева направо, и это направление считается положительным. После отражения свет распространяется в той же самой среде, но в противоположном направлении, поэтому скорость света  $v$  считается отрицательной. В этом случае показатель преломления определяется как  $n'_1 = n_2 = -c/v$ . Отсюда следует, что после отражения показатель преломления меняет знак, т. е.  $n_2 = -n_1$ , тогда  $\sin \epsilon = -\sin \epsilon'$ ;  $-\epsilon = \epsilon'$ , что и требовалось доказать.

#### Задача 7.

Доказать, что при повороте плоского зеркала  $P_1P_2$  (рис. 7.9) на угол  $\alpha$  отраженный от него луч отклонится на угол  $2\alpha$ .



Решение.

Из рис.7.9 следует, что угол ( $\angle A'_i OA'_{II}$ ) поворота отраженного луча из положения I в положение II равен

$$(-\varepsilon_{II} + \varepsilon'_{II}) - (-\varepsilon_I + \varepsilon'_I) = 2(\varepsilon_I - \varepsilon_{II}),$$

так как по закону отражения

$$-\varepsilon_I = \varepsilon'_I; -\varepsilon_{II} = \varepsilon'_{II}.$$

Угол поворота нормали ( $\angle N_I ON_{II}$ ) равен углу  $\alpha$  наклона зеркала, следовательно,

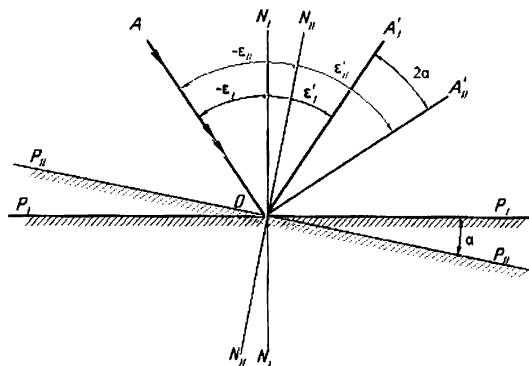


Рис. 7.9. Графическое представление задачи 7.

$$-\varepsilon_{II} = -\varepsilon_I + \alpha, \text{ или } \varepsilon_I - \varepsilon_{II} = \alpha, \text{ тогда } 2(\varepsilon_I - \varepsilon_{II}) = 2\alpha.$$

Таким образом, при наклоне плоского зеркала на угол  $\alpha$  из положения I в положение II угол между отраженными лучами  $OA'_I$  и  $OA'_{II}$  составит  $2\alpha$ . Такое свойство плоской отражающей поверхности используется во многих оптических приборах.

Задача 8.

Используя закон преломления, построить ход луча в равнобедренной преломляющей призме ( $n_2 = 1,5$ ).

Решение.

Используя правила построения хода луча через плоские преломляющие поверхности, построим ход луча  $AB_1$  в призме (рис.7.10).

Задача 9.

Применяя закон преломления, построить ход луча в призме из стекла марки К8 ( $n_2 = 1,5183$ ), если углы при основании призмы равны  $45^\circ$ . Луч  $AB_1$  падает на призму параллельно ее основанию (рис.7.11).

Решение.

При построении хода луча  $AB_1$  на второй поверхности призмы наблюдается явление полного внутреннего отражения, так как вспомогательная прямая  $E_2O_2$ , параллельная нормали  $N_2N_2$ , не пересекает дугу, проведенную из точки  $B_2$  радиусом  $B_2D_2$ , пропорциональным значению показателя преломления  $n_2$ . Поэтому при построении хода луча на второй поверхности призмы используется закон отражения, т. е.  $-\varepsilon_2 = \varepsilon'_2$ . Построение хода луча при

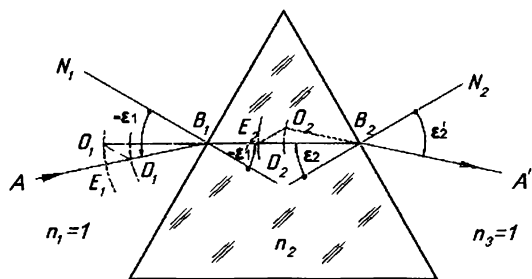


Рис. 7.10. Ход луча в равнобедренной преломляющей призме.

преломлении на 3-й поверхности аналогично построению на первой поверхности, но с учетом того, что  $n_3 < n_2$ .

Задача 10.

Определить построением, сколько изображений светящейся точки  $A$  получится в двух плоских зеркалах, расположенных под углом  $45^\circ$  друг к другу, если точка  $A$  находится между ними на одинаковом расстоянии от зеркал. Есть ли закономерность в расположении изображений (рис. 7.12)?

Решение.

Используя правило построения изображений в плоском зеркале, найдем графическим построением, что в двух зеркалах, расположенных под углом  $45^\circ$  друг к другу, будет 7 изображений светящейся точки  $A$ . Все изображения располагаются на окружности, радиус которой равен расстоянию от точки  $O$  пересечения зеркал до точки  $A$  ( $r = OA$ ).

Задача 11.

Построить изображение точки  $A$  и предмета  $AB$  в плоском зеркале.

Решение.

Графическое решение представлено на рис. 7.13.

Задача 12.

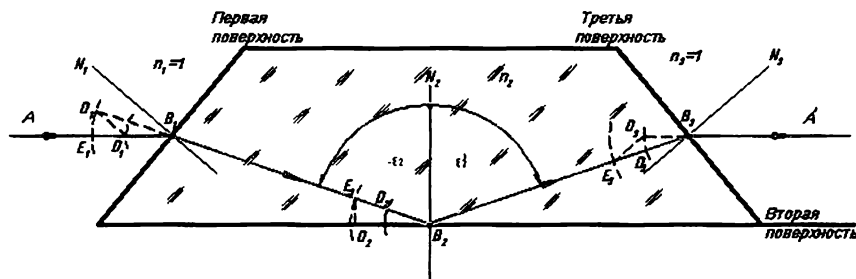


Рис. 7.11. Графическое представление задачи 9.



## 7.4. Задачи с решениями на построение изображений

### Задача 13.

Графически найти изображение точки  $A$  на оси в тонкой положительной линзе (рис.7.15, а, б) и тонкой отрицательной линзе (рис.7.15, в, г).

Точка  $A$  — действительная (рис. 7.15, а, в) Точка  $A$  — мнимая (рис. 7.15, б, г)

Графическое решение задачи 13 представлено на рис.7.16.

Проведем луч  $AM$  под произвольным углом к оптической оси. Для построения преломленного луча выполним дополнительные построения: проведем через совмещенные главные точки  $H, H'$  вспомогательный луч  $l$  параллельно падающему лучу  $AM$ , найдем точку пересечения этого вспомогательного луча с задней фокальной плоскостью линзы (т.К'). Соединим точку  $M$  с точкой  $K'$  и, продолжая преломленный луч  $MA'$  до пересечения с оптической осью, найдем точку  $A'$ , которая является изображением точки  $A$ . Как видно из построений, если: а) точка  $A$  — действительная, то точка  $A'$  — действительная; б) точка  $A$  — мнимая, точка  $A'$  — действительная;

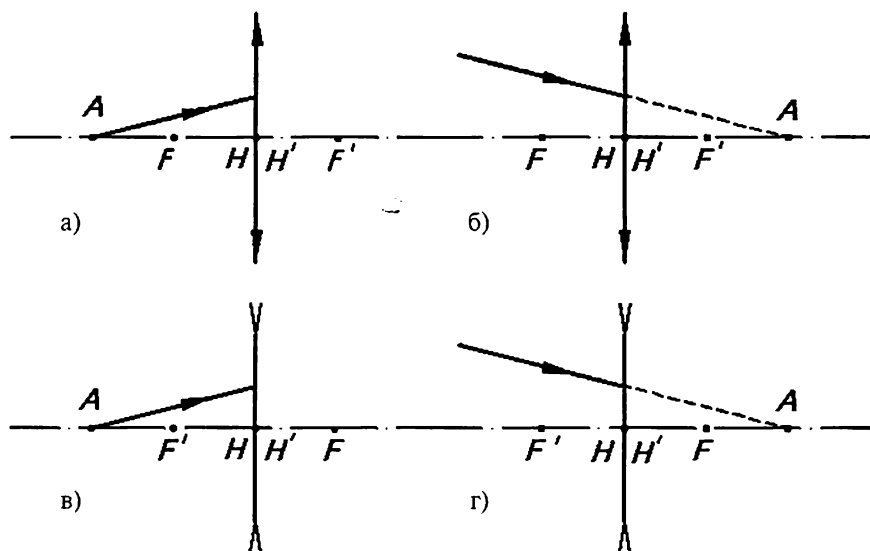


Рис. 7.15. Графическое представление условия задачи 13.

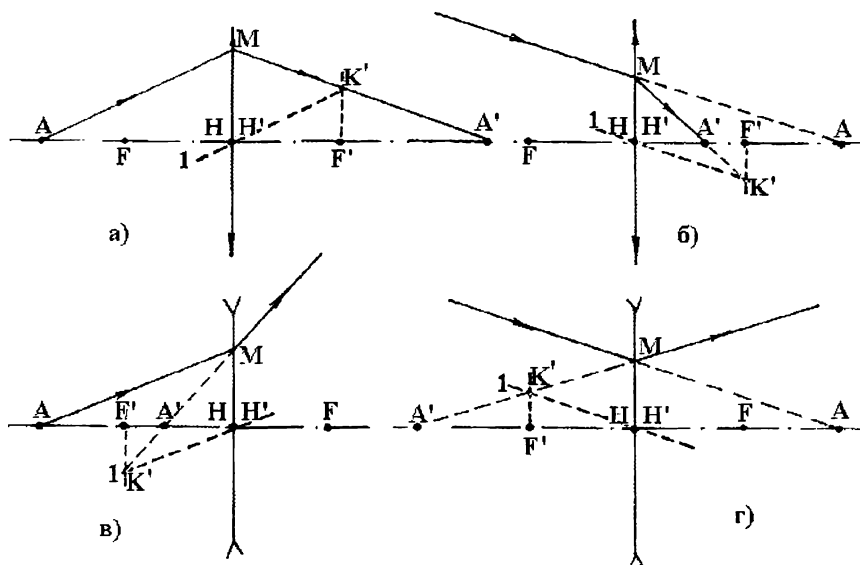


Рис. 7.16. Графическое решение задачи 13.

в) точка  $A$  — действительная, точка  $A'$  — мнимая; г) точка  $A$  мнимая, точка  $A'$  — мнимая.

#### Задача 14.

Графически найти размер и положение изображения предмета  $AB$  в одной тонкой положительной линзе в воздухе для двух случаев (рис.7.17).

Решение (способ I, рис.7.18).

Построим изображение точки  $A$  на оси способом, изложенным в задаче 13. На рис.7.18 это точка  $A'$ . Затем из точки  $B$  предмета проведем луч  $BC$  (рис.7.18,а), параллельный оптической оси. После преломления на линзе этот луч пойдет в точку  $F'$  и на пересечении с перпендикуляром, восстановленным в точке  $A'$ , получим точку  $B'$  — изображение точки  $B$ . Аналогичные построения выполним и для мнимого предмета, проведя в пространстве предметов луч  $CB$  (решение приведено на рис.7.18,б).

Решение (способ II, рис.7.19).

Построить изображение предмета  $AB$  можно иначе. Для этого из точки  $B$  предмета вне оси (рис.7.19) необходимо провести два луча: луч  $BC$  (рис.7.19,а) или луч  $CB$  (рис.7.19,б) параллельно оптической оси, которые после преломления пройдут через задний

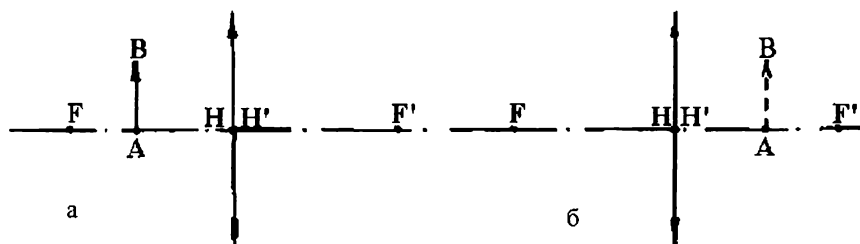


Рис. 7.17. Графическое представление условия задачи 14: а) предмет действительный; б) предмет мнимый.

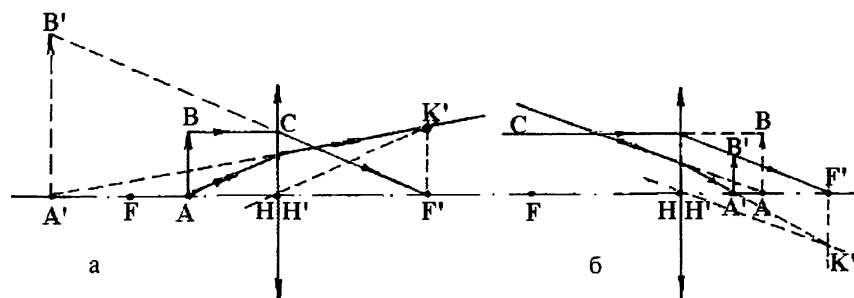


Рис. 7.18. Графическое решение задачи 14 (способ I): а) предмет действительный; б) предмет мнимый.

фокус (т. $F'$ ), и лучи  $BH$  — через главные точки  $H$ ,  $H'$ , которые в тонкой линзе в воздухе совпадают с узловыми точками  $N$ ,  $N'$  (эти лучи пройдут линзу без преломления). Точка пересечения этих лучей (т. $B'$ ) и будет изображением точки  $B$ . Затем из точки  $B'$  необходимо опустить перпендикуляр на оптическую ось и получить положение точки  $A'$  (рис.7.19).

Задача 15.

Графически найти в тонкой отрицательной линзе положение и размер изображения предмета  $AB$  для двух случаев (рис.7.20).

Графическое решение задачи 15 двумя способами представлено на рис.7.21, рис.7.22.

Решение (способ I, рис.7.21).

Решение (способ II, рис.7.22).

Задача 16.

Графически найти изображение действительной точки  $A$ , лежащей на оптической оси, в системе из положительной и отрицательной тонких линз в воздухе (рис.7.23).

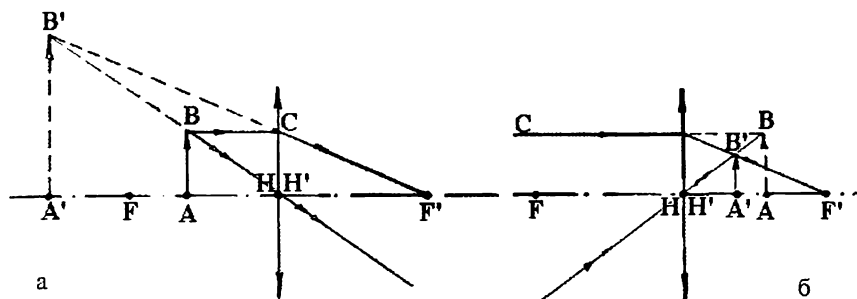


Рис. 7.19. Графическое решение задачи 14 (способ II): а) предмет действительный; б) предмет мнимый.

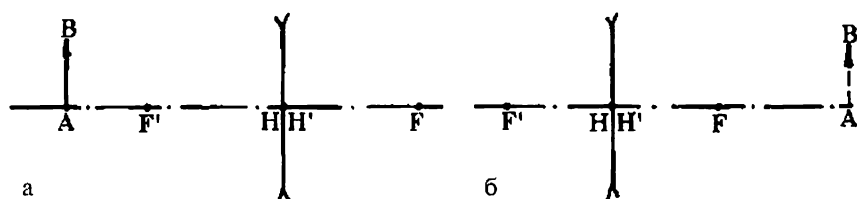


Рис. 7.20. Графическое представление условия задачи 15: а) предмет действительный; б) предмет мнимый.

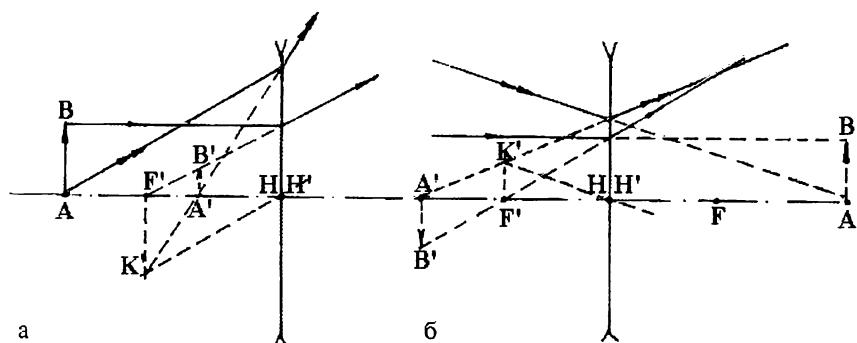


Рис. 7.21. Графическое решение задачи 15 (способ I): а) предмет действительный; б) предмет мнимый.

Графическое решение задачи 16 представлено на рис.7.24.

Из точки А проведем произвольный луч  $AM_1$ . Через точки  $H_1H'_1$  первой линзы проведем вспомогательный луч 1 парал-

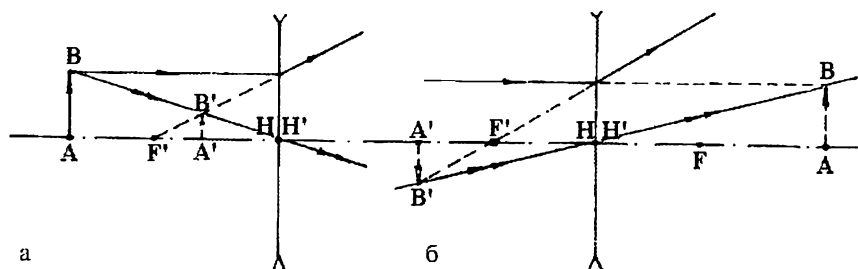


Рис. 7.22. Графическое решение задачи 15 (способ II): а) предмет действительный; б) предмет мнимый.

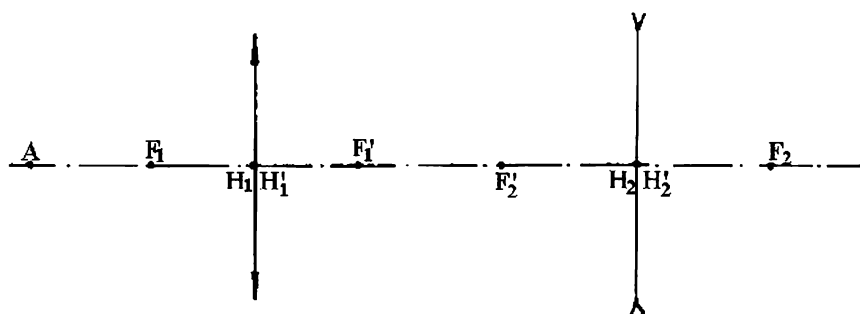


Рис. 7.23. Графическое представление условия задачи 16.

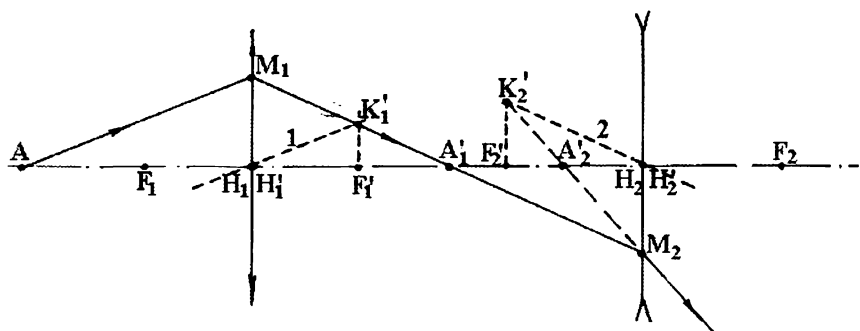


Рис. 7.24. Графическое решение задачи 16.

лельно падающему лучу  $AM_1$  до пересечения с задней фокальной плоскостью линзы (т.  $K_1'$ ). Соединим точки  $M_1$  и  $K_1'$ , продолжим линию до пересечения со второй тонкой линзой (т.  $M_2$ ).





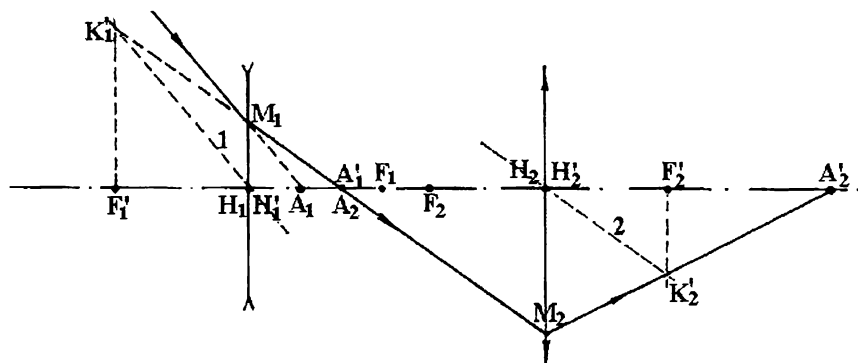


Рис. 7.26. Графическое решение задачи 17.

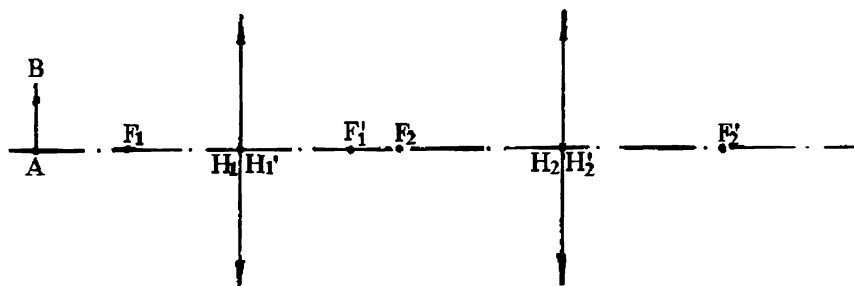


Рис. 7.27. Графическое представление условия задачи 18.

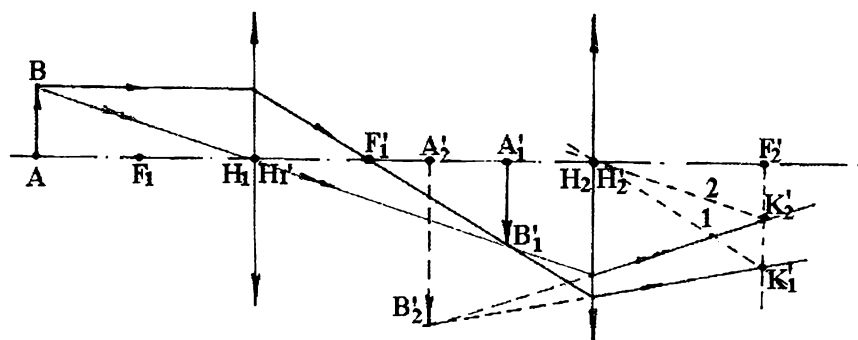


Рис. 7.28. Графическое решение задачи 18 (способ 1).

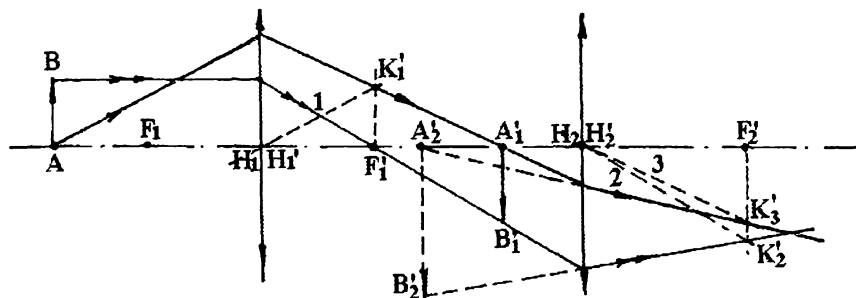


Рис. 7.29. Графическое решение задачи 18 (способ II).

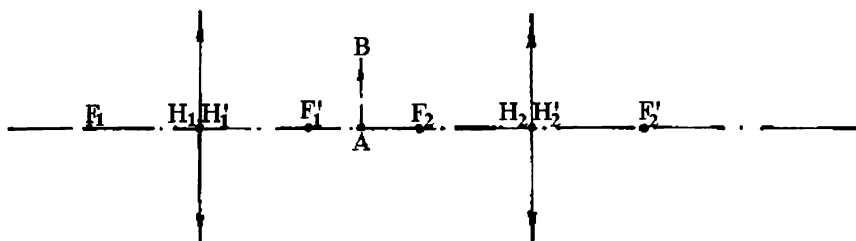


Рис. 7.30. Графическое представление условия задачи 19.

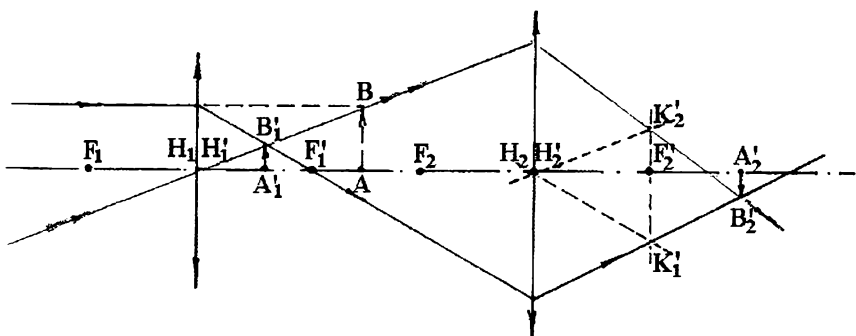


Рис. 7.31. Графическое решение задачи 19 (способ I).

жение предмета  $AB$  и его действительного изображения  $A'B'$ , а также их размеры (рис.7.33).

Графическое решение задачи 20 представлено на рис.7.34.

Для определения положения кардинальных точек линзы ( $H$ ,

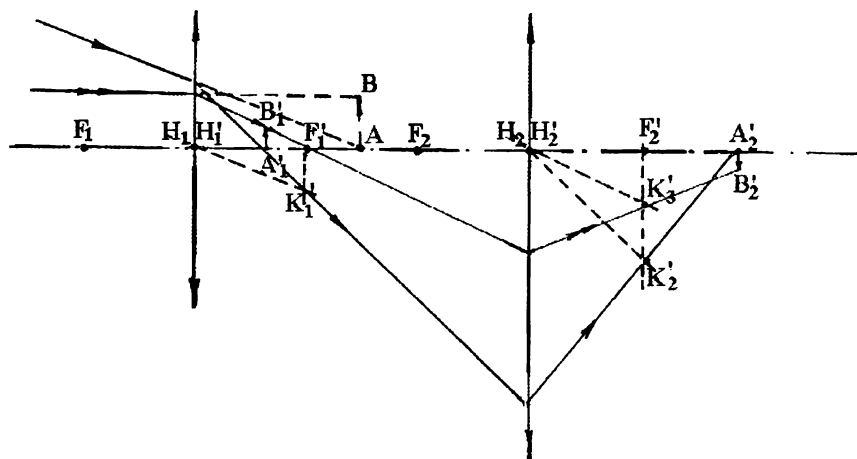


Рис. 7.32. Графическое решение задачи 19 (способ II).

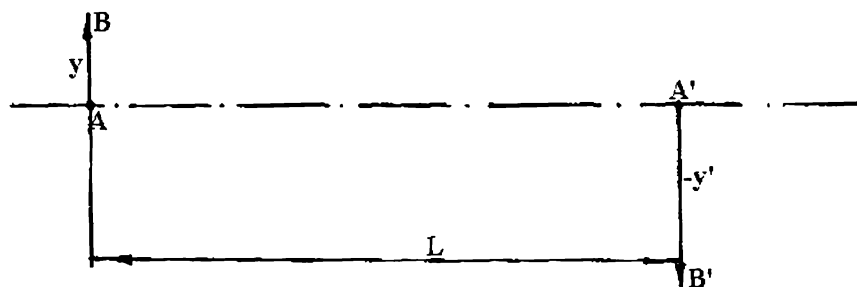


Рис. 7.33. Графическое представление условия задачи 20.

$H'$ ,  $N$ ,  $N'$ ) достаточно соединить лучом 1 точку предмета вне оси (т.В) с точкой ее изображения (т.В'). Там, где луч 1 пересечет оптическую ось, получим главные точки ( $H'N$ ). В этом месте находится тонкая линза (рис.7.34).

Чтобы найти точку заднего фокуса этой линзы (т.Ф'), достаточно провести из точки предмета вне оси (т.В) луч 2 параллельно оптической оси. После линзы он пойдет в точку ее изображения (т.В'). Там, где луч 2' пересечет оптическую ось, и будет точка  $F'$ . Так как линза расположена в воздухе, то  $-f = f'$ .

Задача 21.

Графически найти положение линзы в воздухе, ее точки фоку-

сов, если известно взаимное положение действительного предмета и его мнимого изображения (рис.7.35, а).

Решение.

Соединив точку В предмета и точку В' его изображения (рис.7.35,б), найдем положение главных (узловых) точек линзы (луч 1), а следовательно, и положение линзы. Затем из точки предмета вне оси (т.В) проведем луч 2 параллельно оптической оси до линзы. После преломления в линзе луч 2' пересечет оптическую ось в точке F', а его продолжение (пунктирная линия) пройдет через точку мнимого изображения (т.В'). Так как линза расположена в воздухе, то  $-f = f'$ .

Задача 22.

Графическим построением найти положение точек фокусов линзы в воздухе, если задано положение главных плоскостей (H, H'), положения и размеры мнимого предмета и действи-

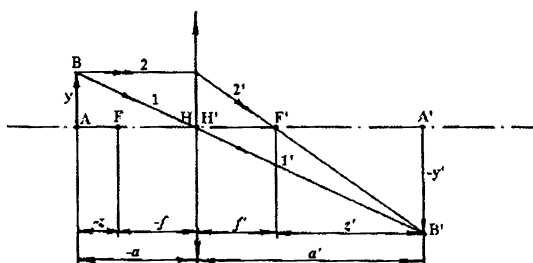


Рис. 7.34. Графическое решение задачи 20.

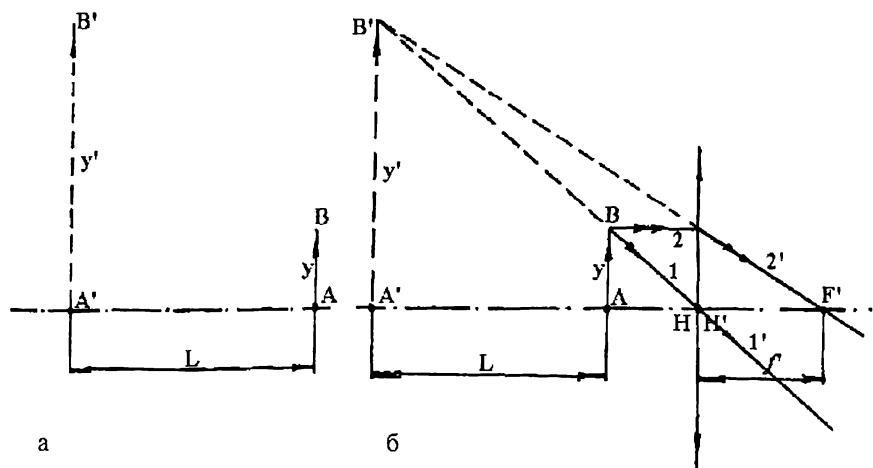


Рис. 7.35. Графическое представление условия (а) и решения (б) задачи 21.

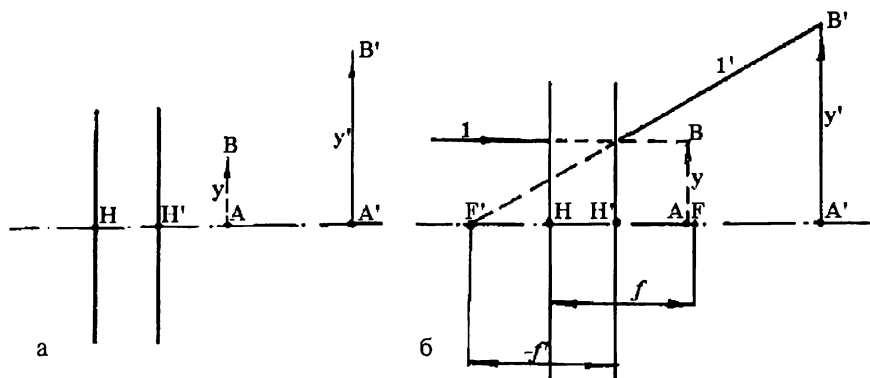


Рис. 7.36. Графическое представление условия (а) и решения (б) задачи 22



Рис. 7.37. Графическое представление условия задачи 23.

тельного изображения (рис.7.36, а).

Решение.

В пространстве предметов проведем луч 1 параллельно оптической оси на высоте

те мнимого предмета АВ (рис.7.36, б). В пространстве изображений луч 1' пройдет через точку В', т. е. через точку изображения точки В. Продолжая луч 1' в пространстве изображений (пунктирная линия), найдем точку пересечения луча 1' с оптической осью (т. F' — задний фокус) отрицательной линзы. Так как линза расположена в воздухе, то  $-f = f'$ .

Задача 23.

Графически найти величину фокусного расстояния и радиус кривизны сферического зеркала, если известно положение точки предмета (т.В) и ее изображения (т.В') — рис.7.37.

Решение.

В пространстве предметов через точку В и ее изображение (т.В') проведем луч 1 (рис.7.38). Найдем точку пересечения луча 1 с оптической осью — точку С — центр кривизны сферического зеркала. Из точки В опустим перпендикуляр на оптическую ось (АВ) и на его продолжении отложим отрезок АВ'', равный отрезку АВ.

Через точки В'' и В' проведем луч 2'. В точке О пересечения

луча 2' с оптической осью восстановим перпендикуляр и получим положение главной плоскости (Н') сферического зеркала. В пространстве предметов проведем из точки В луч 3 параллельно оптической оси, после отражения от сферического зеркала, замененного главной плоскостью (Н), луч 3' должен пройти через точку В'. Найдем пересечение отраженного луча 3' с оптической осью, точку F', а расстояние от точки Н' до точки F' и есть фокусное расстояние выпуклого зеркала, равное  $r/2$ .

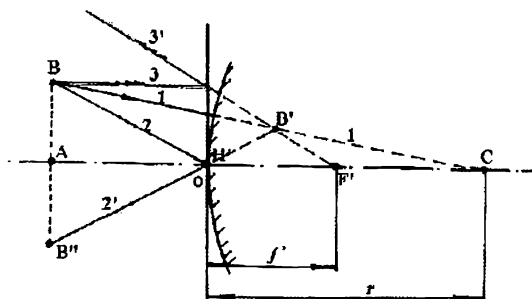


Рис. 7.38. Графическое решение задачи 23.

**Задача 24.**  
Графически найти фокусное расстояние системы, эквивалентной действию двух тонких линз в воздухе, если  $f'_1 = 100$  мм,  $f'_2 = -50$  мм,  $d = 80$  мм. Такую схему имеет телеобъектив, позволяющий при большом эквивалентном фокусном расстоянии  $f'_{об}$  иметь небольшую оптическую длину  $L$ , что позволяет сократить габариты оптической системы объектива.

**Решение.**

Известно, что точка, сопряженная с задним фокусом линзы, находится в бесконечности, поэтому, если в пространстве предметов провести луч  $BM_1$  (рис. 7.39), параллельный оптической оси, то после прохождения системы из двух тонких линз он пересечет оптическую ось в пространстве изображений в точке, являющейся задним фокусом эквивалентной системы (т.  $F'_{экр}$ ). Точка пересечения падающего луча  $BM_1$  с вышедшим из системы лучом  $F'_{экр}M_2$  (т.  $Q'_{экр}$ ) располагается в задней главной плоскости эквивалентной системы. Опустим перпендикуляр из точки  $Q'_{экр}$  на оптическую ось и найдем заднюю главную точку эквивалентной системы (т.  $H'_{экр}$ ). Расстояние от точки  $H'_{экр}$  до точки  $F'_{экр}$  есть фокусное расстояние всего телеобъектива из двух линз (рис. 7.39). Его оптическая длина  $L$  — расстояние от первой линзы до точки  $F'_{экр}$  меньше фокусного расстояния  $f'_{об}$  телеобъектива. Отношение длины  $L$  к фокусному расстоянию  $f'_{об}$  объектива называется коэффициентом телесокращения  $m$ :

$$m = L/f'_{об}$$

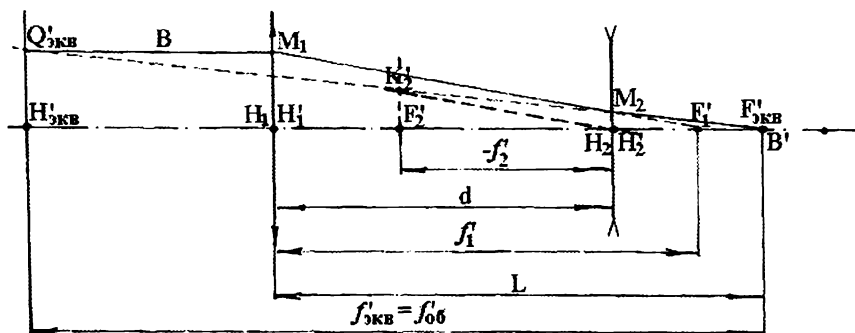


Рис. 7.39. Графическое определение эквивалентного фокусного расстояния телеобъектива.

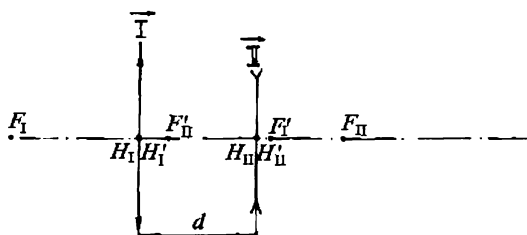


Рис. 7.40. Графическое представление условия задачи 25.

#### Задача 25.

Графически найти переднее эквивалентное фокусное расстояние системы из двух тонких линз в воздухе (телеобъектив), если  $f'_1 = 76$  мм,  $f'_2 = -50$  мм,  $d = 66$  мм (рис.7.40).

#### Решение.

Для определения положения переднего эквивалентного фокуса необходимо построить луч из бесконечности в обратном ходе и найти точку пересечения этого луча с оптической осью после выхода из системы. Для построения хода луча повернем исходную систему на  $180^\circ$  (рис.7.41) и выполним построение. Точка  $\bar{F}'_{ЭКВ}$  есть задний фокус перевернутой на  $180^\circ$  системы. Она соответствует точке  $F_{ЭКВ}$  исходной системы в прямом ходе лучей и является передним фокусом эквивалентной системы, а  $\bar{f}'_{ЭКВ} = -f_{ЭКВ}$  в прямом ходе и есть переднее фокусное расстояние эквивалентной системы.

#### Задача 26.

Построить изображение мнимого предмета  $AB = y = 10$  мм в системе из двух тонких линз в воздухе, если  $f'_1 = -45$  мм,  $f'_2 = 20$  мм,  $d = 50$  мм (рис.7.42).



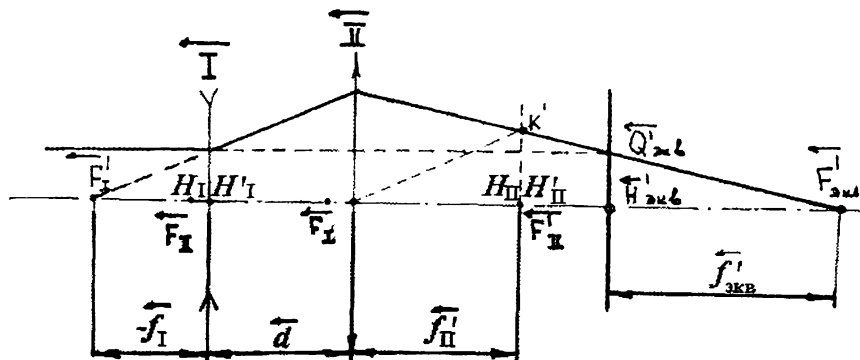


Рис. 7.41. Графическое решение задачи 25.

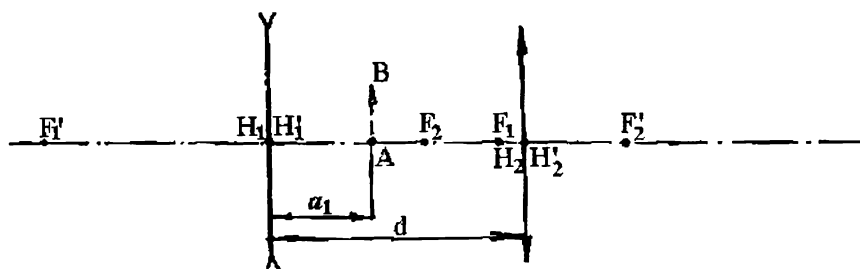


Рис. 7.42. Графическое представление условия задачи 26.

Решение (см. рис. 7.43).

Задача 27.

Перед двухлинзовой оптической системой из тонких линз в воздухе на расстоянии  $a_1 = -170$  мм от первой линзы с  $f'_1 = 50$  мм расположен предмет  $AB = y = 30$  мм. Вторая линза с фокусным расстоянием  $f'_2 = 60$  мм расположена на расстоянии  $d = 25$  мм от первой линзы (рис. 7.44).

Требуется определить положение  $a'_2$  и величину  $y'$  изображения предмета после второй линзы.

Задачу решить двумя способами:

по формуле Гаусса;

по формулам произвольных тангенсов.

Решение (по формуле Гаусса) (рис. 7.45).

По условию задачи  $a_1 = -170$  мм, найдем отрезки  $a'_1$ ,  $a'_2$ ,  $a_2$  и увеличение оптической системы  $\beta = \beta_1 \cdot \beta_2$ , тогда величина изо-

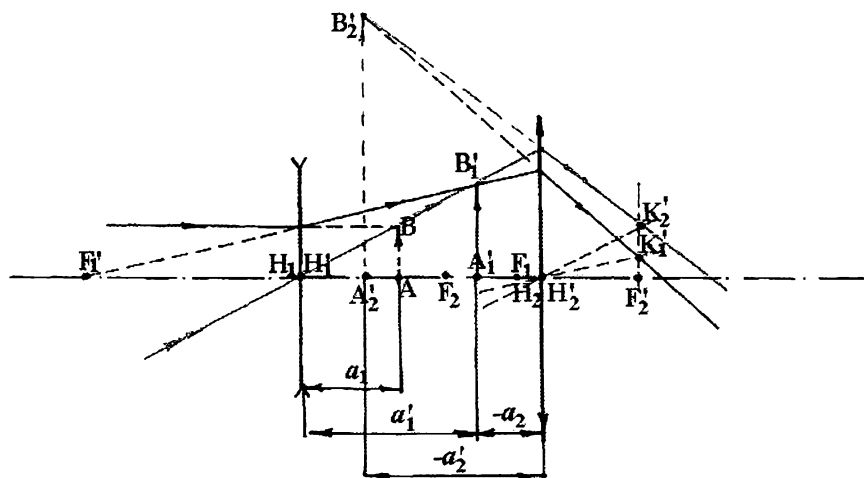


Рис. 7.43. Графическое решение задачи 26.

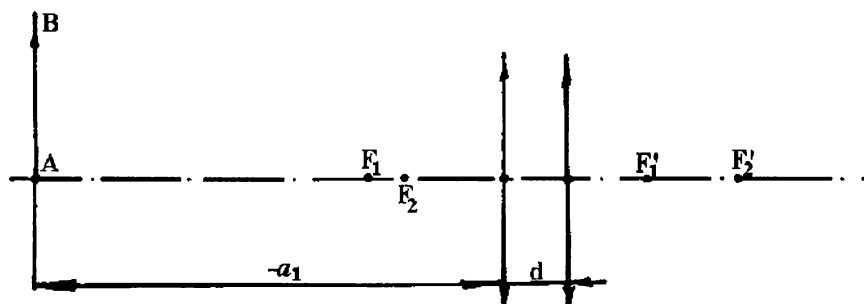


Рис. 7.44. Графическое представление условия задачи 27.

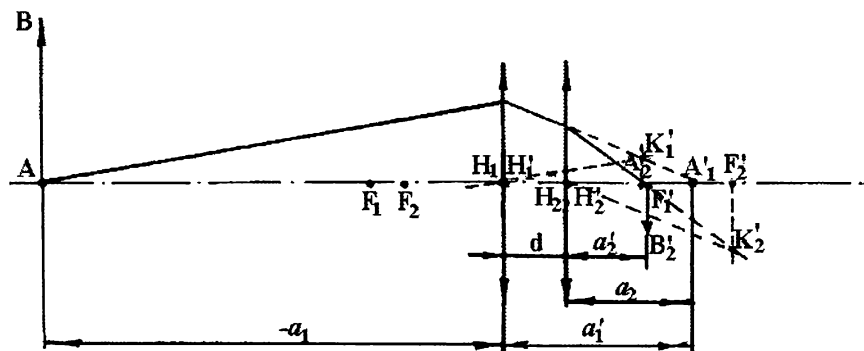


Рис. 7.45. Графическое решение задачи 27.

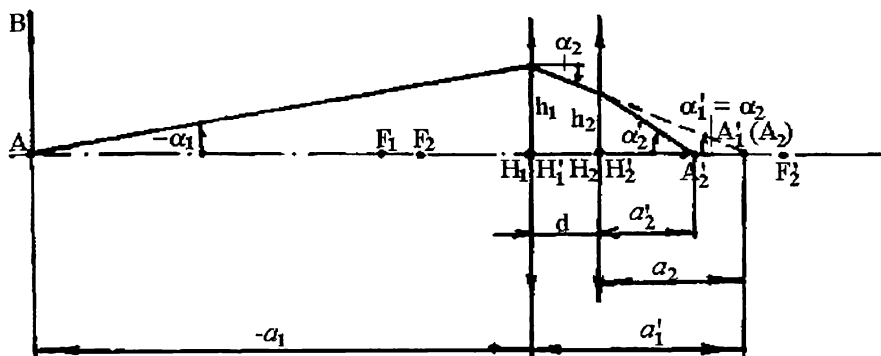


Рис. 7.46. Графическое решение задачи 27.

бражения  $y' = A_2'B_2' = y \cdot \beta$ . Координаты луча, идущего из точки A на оси, показаны на рис.7.45. Если  $a_1 = -170$ , то

$$a_1' = \frac{a_1 \cdot f_1'}{a_1 + f_1'} = \frac{(-170) \cdot 50}{-170 + 50} = 70,8;$$

$$a_2 = a_1' - d = 70,8 - 25 = 45,8.$$

Найдем

$$a_2' = \frac{a_2 \cdot f_2'}{a_2 + f_2'} = \frac{45,8 \cdot 60}{45,8 + 60} = 26(\text{мм})$$

Определим линейное увеличение:

$$\text{первой линзы } \beta_1 = a_1'/a_1 = 70,8/(-170) = -0,42;$$

$$\text{второй линзы } \beta_2 = a_2'/a_2 = 26/45,8 = 0,57;$$

$$\text{всей системы } \beta = -0,24.$$

$$\text{Тогда } y' = y \cdot \beta = 30 \cdot (-0,24) = -7,2 (\text{мм}).$$

Решение (по формулам произвольных тангенсов) (рис 7.46).

Примем значение  $\alpha_1 = -1$ , тогда

$$h_1 = a_1 \alpha_1 = (-170)(-1) = 170;$$

$$\alpha_2 = \alpha_1 + h_1/f_1' = -1 + 170/50 = 2,4;$$

$$h_2 = h_1 - d\alpha_2 = 170 - 25 \cdot 2,4 = 110;$$

$$\alpha_3 = \alpha_2 + h_2/f_2' = 2,4 + 110/60 = 4,23;$$

$$a_2' = h_2/\alpha_3 = 110/4,23 = 26 (\text{мм});$$

$$\beta = \alpha_1/\alpha_3 = -1/4,23 = -0,24;$$

$$y' = y \cdot \beta = 30 \cdot (-0,24) = -7,2 (\text{мм}).$$

Задача 28.

Для тонкой линзы, расположенной в воздухе, найти положение предмета  $AB = y = 10$  мм, если размер изображения  $A'B' = y' = -20$  мм, а отрезок  $z' = 80$  мм.

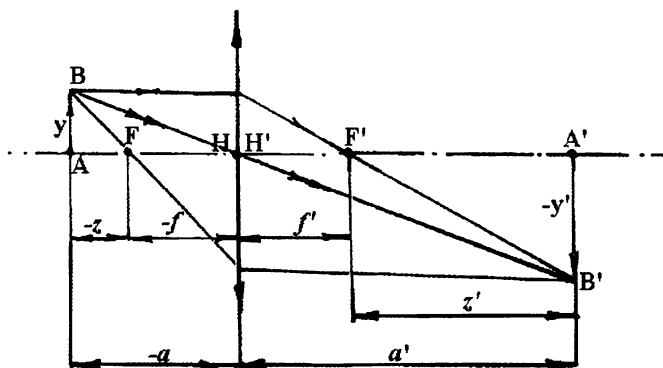


Рис. 7.47. Графическое решение задачи 28.

Решение (рис. 7.47).

Найдем линейное увеличение линзы

$$\beta = y'/y = -20/10 = -2.$$

Так как  $\beta = -z'/f'$ , то ее фокусное расстояние

$$f' = -z'/\beta = -80/(-2) = 40.$$

По формуле Ньютона найдем отрезок

$$z = -f'^2/z' = -f/\beta = -40^2/80 = -20.$$

Положение предмета относительно линзы согласно рис.7.47

$$a = z + f = -20 - 40 = -60 \text{ (мм)},$$

тогда положение изображения

$$a' = f' + z' = 40 + 80 = 120 \text{ (мм)}.$$

Для контроля вычислим  $\beta = a'/a = 120/(-60) = -2$ .

Задача 29.

Определить фокусное расстояние положительной тонкой линзы в воздухе, если  $z = -400$  мм, а положение изображения  $a' = 100$  мм. Найти также линейное, угловое и продольное увеличения (рис.7.48).

Решение.

Расстояние от линзы до предмета  $a = z + f$ . Так как по условию задачи  $-f = f'$ , то  $a = z - f'$ , и формула Гаусса будет иметь вид:

$$\frac{1}{a'} - \frac{1}{z - f'} = \frac{1}{f'}$$

$$\frac{f'}{a'} - \frac{f'}{z - f'} = 1.$$

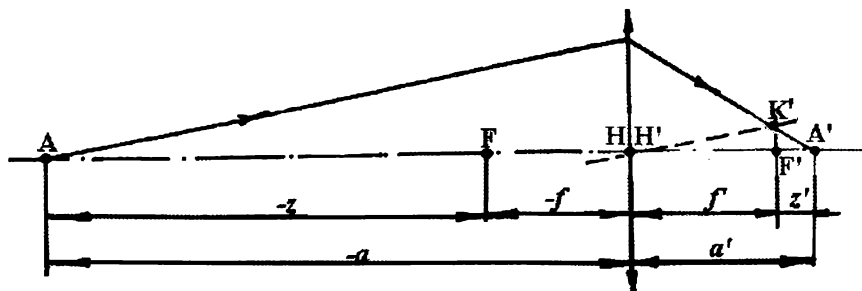


Рис. 7.48. Графическое представление условия задачи 29.

После преобразования последнего выражения получим квадратное уравнение относительно  $f'$ :

$$f'^2 - zf' + a'z = 0.$$

Из решения уравнения находим, что

$$f' = \frac{1}{2}z \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2}z\right)^2 - a'z} = -200 \pm 282,84.$$

Так как по условию задачи линза положительная, то  $f' = 82,8$  мм.

Расстояние от точки  $F'$  заднего фокуса до изображения определим по формуле Ньютона:

$$z' = -f'^2/z = -82,8^2/(-400) = 17,2.$$

Правильность вычислений можно проверить графически и по формулам:

$$a' = f' + z' = 82,8 + 17,2 = 100;$$

$$z = -f'^2/z' = -82,8^2/17,2 \approx -400.$$

Расстояние от линзы до предмета

$$a = z + f = -400 + (-82,84) = -482,84.$$

Найдем угловое  $\gamma$  и продольное  $\alpha$  увеличения. Для линзы в воздухе

$$\beta = a'/a = -f/z = -z'/f' = -(-82,84)/(-400) = -0,21;$$

$$\gamma = 1/\beta = 1/(-0,21) = -4,83; \alpha = \beta^2 = (-0,21)^2 = 0,044.$$

Задача 30.

Определить фокусное расстояние тонкой линзы в воздухе, если расстояние между предметом и изображением  $L = 400$  мм, а линейное увеличение  $\beta = -0,5$  (рис.7.49).

Решение.

Выведем формулы, которые связывают координаты  $a$ ,  $a'$  с величинами  $L$  и  $\beta$ . Из рис.7.49 можно записать:  $L = -a + a'$ .



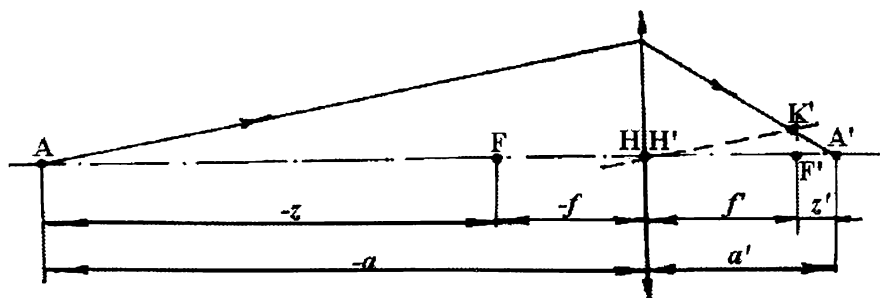


Рис. 7.50. Графическое представление условия задачи 31.

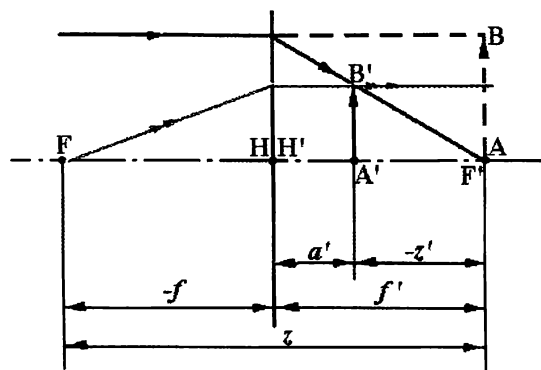


Рис. 7.51. Графическое представление условия задачи 31.

Если  $z' = -60$  мм,  
то:

линейное увеличение  $\beta = -z' / f' =$   
 $= -(-60)/120 = 0,5$ ;

размер изображения  $y' = y \cdot \beta =$   
 $20 \cdot 0,5 = 10(\text{мм})$ .

В этом случае предмет АВ — мнимый, а его изображение АВ' — действительное. Координаты положения предмета и изображения

$$a = z + f' = 240 + (-120) = 120 \text{ (мм)}, a' = z' + f' = 120 + (-60) = 60 \text{ (мм)}.$$

Задача 32.

Аналитически определить эквивалентное фокусное расстояние системы, которая состоит из двух тонких линз в воздухе с  $f_1' = 50$  мм,  $f_2' = 70$  мм,  $d = 25$  мм. Найти также кардинальные элементы  $a_F, a_F', a_H, a_H'$  эквивалентной системы.

Решение.

Положение задних кардинальных точек  $H'_{\text{экв}}, F'_{\text{экв}}$  эквивалентной системы, ее фокусное расстояние и отрезки  $a_F', a_H'$  найдем по формуле Гаусса из расчета луча в прямом ходе из бесконечности, полагая  $a_1 = -\infty$ , тогда:  $a_1' = f_1' = 50$ ;  $a_2 = a_1' - d = 50 - 25 = 25$ ;

$$a'_2 = \frac{a_2 \cdot f'_2}{a_2 + f'_2} = \frac{25 \cdot 70}{25 + 70} = 18,42;$$

$$a'_F = a'_2 = 18,42 \text{ мм};$$

$$a'_{H'} = a'_F - f'_{\text{экв}} = 18,42 - 36,84 = -18,42 \text{ (мм)}.$$

## 7.5. Задачи с решениями на ограничение пучков лучей

### Задача 33.

Тонкий компонент с фокусным расстоянием  $f' = 100$  мм используется в качестве объектива зрительной трубы Кеплера. Предметная плоскость лежит в бесконечности. Перед объективом на расстоянии 20 мм расположена апертурная диафрагма. Ее диаметр равен  $D = 15$  мм. Определить положение и диаметр выходного зрачка, его расстояние от тонкого объектива. Для углового поля  $2\omega = 12^\circ$  найти световой диаметр объектива.

Решение.

Графически и по формулам (аналитически) найдем положение и диаметр выходного зрачка, построив изображение апертурной диафрагмы через тонкий компонент объектива в прямом ходе лучей (рис.7.52) и определив положение выходного зрачка по формуле Гаусса. Так как  $a_p = -20$ , то

$$a'_p = \frac{a_p \cdot f'}{a_p + f'} = \frac{(-20) \cdot 100}{-20 + 100} = -25$$

тогда  $\beta_p = a'_p/a_p = -25/(-20) = 1,25$  — увеличение в зрачках и  $D' = D \cdot \beta_p = 15 \cdot 1,25 = 18,78$  (мм).

Определим световой диаметр  $D_{\text{св}}$  объектива (рис.7.53). Как видно из рис.7.53, луч, идущий через край АД (входной зрачок совпадает с апертурной диафрагмой) под углом  $\omega$ , определит световой диаметр. Этот луч называют верхним полевым лучом.

$$D_{\text{св}} = D + 2a_p \text{tg} \omega = 15 + 2(-20) \text{tg}(-6^\circ) = 19 \text{ (мм)}.$$

### Задача 34.

Объектив зрительной трубы предназначен для наблюдения искусственных спутников Земли. Его фокусное расстояние  $f'_{\text{об}} = 1000$  м. Определить минимальный диаметр полевой диафрагмы (линейное поле), при котором в поле трубы будут одновременно видны два спутника, если расстояние между спутниками 5 км (рис.7.54,а). Удаление спутников от поверхности Земли 200 км, наблюдение ведется в зените.



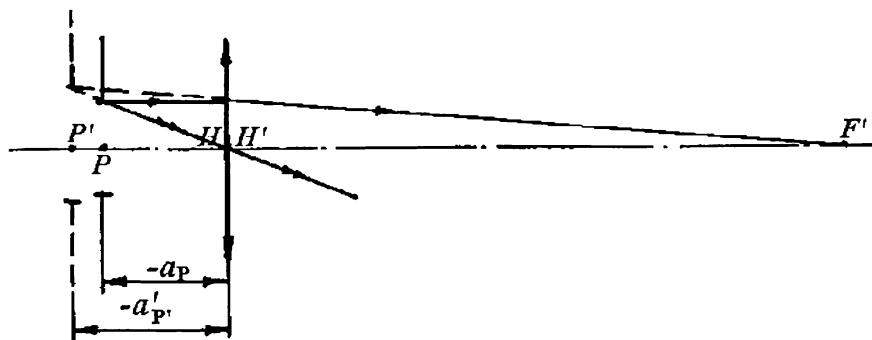


Рис. 7.52. Графическое определение положения и диаметра выходного зрачка.

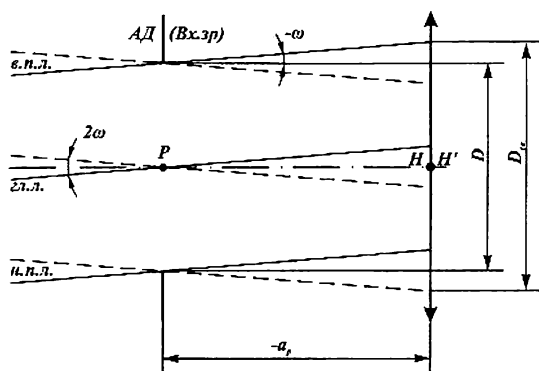


Рис. 7.53. Определение светового диаметра объектива.

Решение.

Так как полевая диафрагма устанавливается в плоскости действительного изображения, а для предмета в бесконечности плоскостью, сопряженной с бесконечностью, является задняя фокальная плоскость объектива, то полевая диафрагма (ПД) расположена в задней фокальной плоскости

объектива. По условию задачи в поле трубы необходимо наблюдать одновременно два спутника (рис.7.54, а). Отсюда найдем

$$\operatorname{tg} \omega_{\text{об}} = \tilde{s} / (2s) = 5 / (2 \cdot 200) = 0,0125$$

Тогда диаметр полевой диафрагмы (минимальный) определится как

$$D_{\text{ПД}} = 2f'_{\text{об}} \operatorname{tg} \omega = 2 \cdot 1000 \cdot 0,0125 = 25 \text{ (мм)}.$$

Задача 35.

Найти угловое поле объектива фотоаппарата в пространстве предметов, соответствующее диагонали полевой диафрагмы (кадра), для объективов "Индустар-50" ( $f'_1 = 50 \text{ мм}$ ), "Юпитер-9"

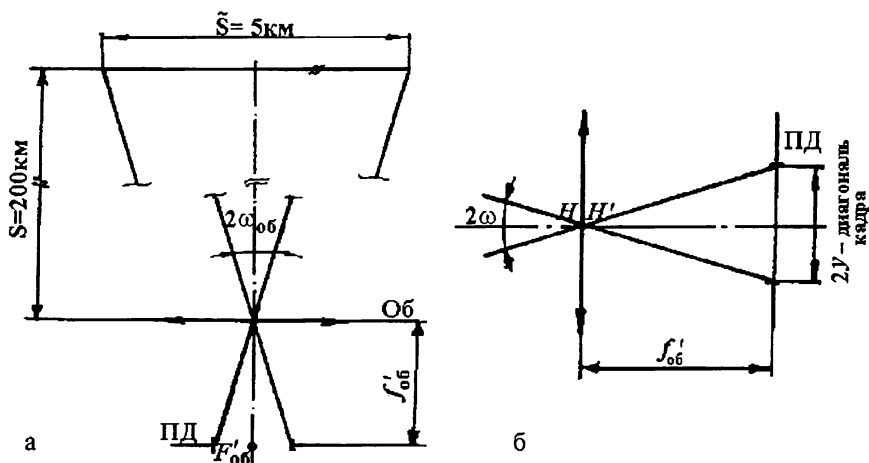


Рис. 7.54. Угловое и линейное поле: а) объектива зрительной трубы; б) фотоаппарата.

( $f_2 = 25 \text{ мм}$ ), "Юпитер-11" ( $f'_3 = 135 \text{ мм}$ ). Предметная плоскость находится в бесконечности, а полевая диафрагма расположена в задней фокальной плоскости объектива и имеет размеры  $24 \times 36 \text{ мм}$ .

Решение.

В соответствии с рис.7.54, б угловое поле фотоаппарата с постоянным размером полевой диафрагмы, но с разными фокусными расстояниями объектива определится как

$$\text{tg } \omega_{об} = \frac{2\gamma}{f'_{об}} = \frac{\sqrt{24^2 + 36^2}}{f'_{об}}, \text{ где } 2\gamma \text{ — диагональ кадра.}$$

Тогда угловые поля для объективов с разными  $f'_{об}$  будут равны соответственно

$$2\omega_1 = 46^\circ; 2\omega_2 = 28^\circ; 2\omega_3 = 18^\circ.$$

Задача 36.

Найти положения зрачков, диаметр апертурной диафрагмы для лупы с  $f'_1 = 50 \text{ мм}$  и световым диаметром  $D = 50 \text{ мм}$ , если за лупой на расстоянии  $60 \text{ мм}$  помещен зрачок глаза диаметром  $D_{гп} = 5 \text{ мм}$  (рис.7.55). Считать, что изображение после лупы находится на расстоянии наилучшего видения ( $\delta = -250 \text{ мм}$ ).

Решение.

Найдем положение предмета АВ относительно точки  $F$  лупы, используя формулу Ньютона (рис. 7.56)

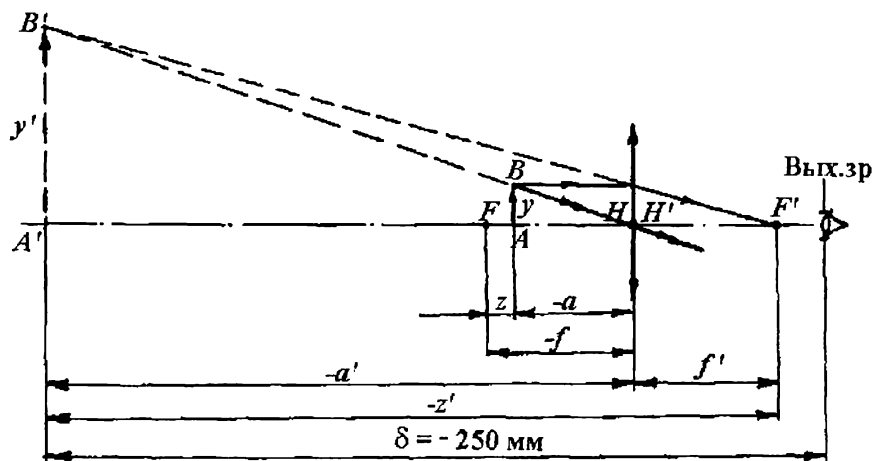


Рис. 7.55. Графическое представление принципа действия лупы.

$$z = \frac{ff'}{z'} = \frac{(50) \cdot (-50)}{-240} = 10,42 \text{ (мм)}$$

Оптическая система "лупа+глаз" имеет две вещественные диафрагмы (рис. 7.56): CD — оправу лупы диаметром 50 мм; ЕК — зрачок глаза диаметром 5 мм. Для того, чтобы найти зрачки системы, необходимо построить изображения вещественных диафрагм CD и ЕК через впереди стоящую оптическую систему. Изображение оправы лупы (C'D') совпадает с самой оправой (CD), второе изображение (Е'К') находим, построив изображение зрачка глаза (ЕК) через лупу в обратном ходе лучей. Положение этого изображения можно найти по формуле Ньютона

$$z_p = \frac{f \cdot f'}{z'_p} = \frac{(50) \cdot (-50)}{10} = -250 \text{ (мм)}.$$

Найдем размер изображения зрачка глаза в пространстве предметов:  $E'K' = EK\beta_p = -EK(z_p/f') = 5(-250/50) = 25 \text{ (мм)}$ .

Из плоскости предметов изображение Е'К' видно под наименьшим углом, следовательно, входным зрачком является зрачок глаза, а его изображение (Е'К') будет выходным зрачком системы "лупа+глаз". Апертурной диафрагмой является зрачок глаза:

$$D_{\text{Ад}} = D_{\text{зг}} = 5 \text{ мм},$$

Задача 37.

Зрительная труба Кеплера состоит из объектива с  $f'_{\text{об}} = 100$  мм, шкалы (сетки) и окуляра с  $f'_{\text{ок}} = 20$  мм. Относительное отвер-

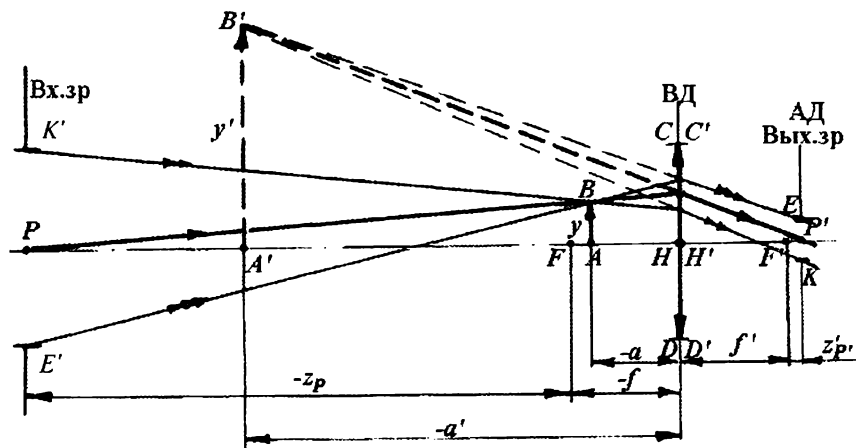


Рис. 7.56. Определение входного и выходного зрачков лупы.

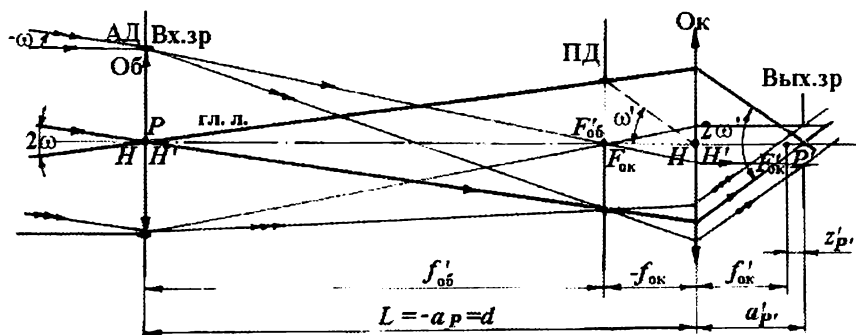


Рис. 7.57. Оптическая схема зрительной трубы.

стие объектива  $D/f'_{об} = 1:5$ , угловое поле объектива  $2\omega = 8^\circ$ . Определить видимое увеличение зрительной трубы, диаметры входного и выходного зрачков, угловое поле окуляра.

Решение.

Оптическая схема зрительной трубы представлена на рис.7.57.

Сетка установлена в плоскости действительного изображения после объектива (т. $F'_{об}$  и т. $F'_{ок}$ ), оправа сетки является полевой диафрагмой ПД. Апертурная диафрагма АД совпадает с оправой объектива, поэтому ее диаметр  $D = f'_{об}/5 = 20$  мм. Выходной зрачок — изображение апертурной диафрагмы через окуляр. Определим видимое увеличение зрительной трубы.

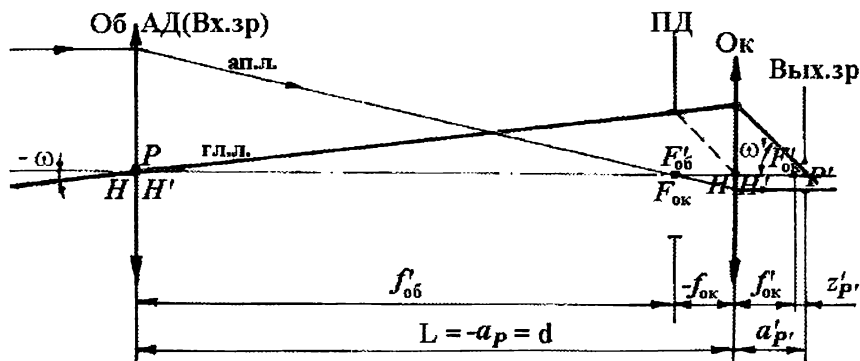


Рис. 7.58. Определение положения и диаметра выходного зрачка.

$\Gamma_T = -f'_{об}/f'_{ок} = -5$ . Так как  $\Gamma_T = -D/D' = -5$ , то  $D' = 4$  мм.

Световой диаметр сетки равен диаметру полевой диафрагмы

$$D_{сетки} = D_{ПД} = 2f'_{об} \operatorname{tg} \omega = 2 \cdot 100 \operatorname{tg} 4^\circ = 14 \text{ (мм)}.$$

По формуле для видимого увеличения зрительной трубы найдем:

$$\operatorname{tg} \omega'_{ок} = \Gamma_T \operatorname{tg} \omega_{об} = (-5) \cdot \operatorname{tg} 4^\circ, \quad 2\omega'_{ок} = 38^\circ 32'.$$

Задача 38.

В зрительной трубе Кеплера найти диаметр  $D'$  выходного зрачка и его удаление  $a'_{p'}$  от задней главной плоскости окуляра. Объектив имеет фокусное расстояние  $f'_{об} = 100$  мм, световой диаметр  $D = 20$  мм. Фокусное расстояние окуляра  $f'_{ок} = 10$  мм. Апертурная диафрагма совпадает с оправой объектива.

Решение.

Оптическая схема зрительной трубы представлена на рис.7.58.

Построением определим положение и диаметр выходного зрачка. Для этого найдем изображение апертурной диафрагмы через окуляр (рис.7.58). По формуле Гаусса найдем положение выходного зрачка. Положение входного зрачка относительно главных точек окуляра

$$a_p = -(f'_{об} + f'_{ок}) = -(100 + 10) = -110,$$

тогда

$$a'_{p'} = \frac{a_p \cdot f'_{ок}}{a_p + f'_{ок}} = \frac{-110 \cdot 10}{-110 + 10} = 11 \text{ (мм)},$$

а удаление выходного зрачка от заднего фокуса окуляра:

$$z'_{p'} = a'_{p'} - f'_{ок} = 11 - 10 = 1 \text{ (мм)}.$$

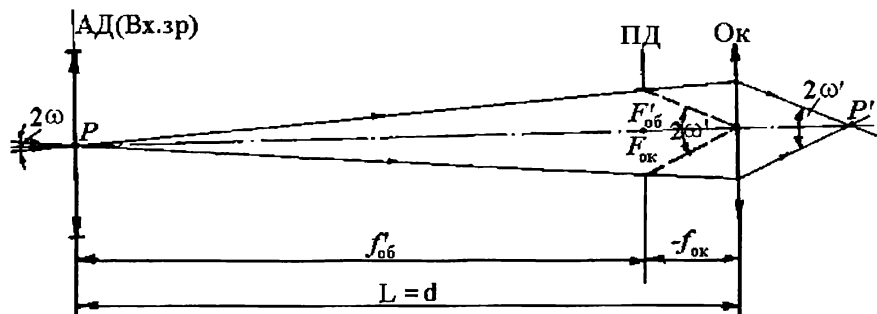


Рис. 7.59. Определение диаметра полевой диафрагмы.

Найдем диаметр выходного зрачка через увеличение в зрачках

$\beta_p = a'_p/a_p = 11/(-110) = -0,1$  и тогда

$D' = D |\beta_p| = 20 |0,1| = 2$  (мм).

Задача 39.

Определить фокусные расстояния объектива и окуляра, диаметр полевой диафрагмы зрительной трубы Кеплера, если видимое увеличение трубы  $\Gamma_T = -6$ , расстояние между окуляром и объективом  $L = 140$  мм, угловое поле объектива  $2\omega_{об} = 8^\circ 30'$ .

Решение.

Оптическая схема зрительной трубы представлена на рис.7.59. Система состоит из тонких компонентов, расположенных в воздухе. Длина системы составляет  $L = f'_{об} + f'_{ок}$  (оптический интервал  $\Delta = 0$ ).

Видимое увеличение определяется по формуле  $\Gamma_T = -f'_{об} / f'_{ок}$ . На основании приведенных выше выражений можно записать

$$f'_{ок} = L - f'_{об}; f'_{ок} = -f'_{об} / \Gamma_T,$$

тогда для фокусного расстояния объектива получим

$$f'_{об} = \frac{L \cdot \Gamma_T}{\Gamma_T - 1} = \frac{140(-6)}{-6 - 1} = 120(\text{мм}),$$

для заднего фокусного расстояния окуляра имеем

$$f'_{ок} = -\frac{L}{\Gamma_T - 1} = \frac{f'_{об}}{|\Gamma_T|} = \frac{120}{6} = 20(\text{мм})$$

Диаметр полевой диафрагмы равен

$$D_{пл} = 2y' = 2f'_{об} \cdot \text{tg} \omega_{об} = 2 \cdot 120 \cdot \text{tg} 4^\circ 15' = 17,8 (\text{мм}).$$

Задача 40.

Найти увеличение микроскопа, положения и диаметры входного и выходного зрачков, положение и диаметр полевой диа-

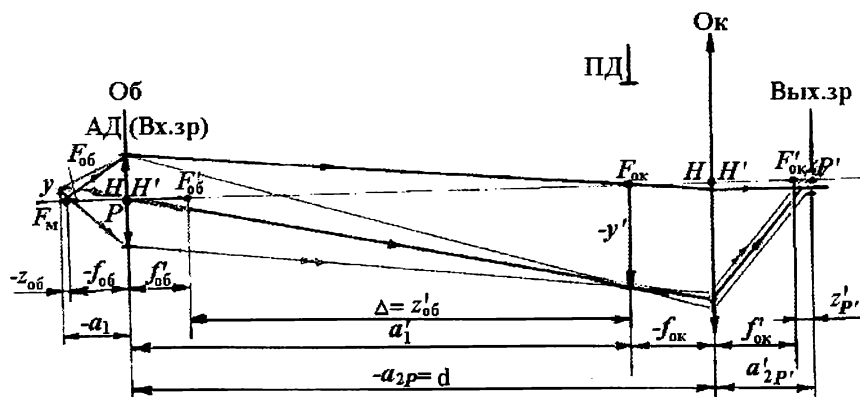


Рис. 7.60. Оптическая система визирного микроскопа.

фрагмы, если линейное поле микроскопа  $2y = 1,0$  мм, оптический интервал  $\Delta$  принять равным 160 мм. В микроскопе используются объектив  $10 \times 0,15$  и окуляр с видимым увеличением  $\bar{\Gamma} = 10^\times$ .

Решение.

Оптическая схема микроскопа приведена на рис.7.60.

Так как в микроскопе используют объектив  $10 \times 0,15$ , то цифра 10 означает, что линейное увеличение объектива микроскопа  $\beta_{об} = -10$  (знак минус говорит о том, что изображение после объектива перевернутое), а числовая апертура  $A = n_1 \cdot \sin \sigma_A = 0,15$ . Зная увеличение объектива и увеличение окуляра, найдем

$$\bar{\Gamma}_M = \beta_{об} \cdot \bar{\Gamma}_{ок} = (-10)(10) = -100.$$

Так как  $\beta_{об} = -z'/f'_{об} = -\Delta/f'_{об}$ , то, зная величину  $\Delta$ , можно найти фокусное расстояние объектива микроскопа

$$f'_{об} = -\frac{\Delta}{\beta_{об}} = -\frac{160}{-10} = 16(\text{мм}).$$

Фокусное расстояние окуляра

$$f'_{ок} = \frac{250}{\bar{\Gamma}_{ок}} = 25(\text{мм}), \text{ так как } \bar{\Gamma}_{ок} = \frac{250}{f'_{ок}}.$$

Изображение после объектива микроскопа получается в передней фокальной плоскости окуляра. В соответствии с рис.7.60 запишем

$$a_1' = f'_{об} + \Delta = 16 + 160 = 176(\text{мм}) \text{ и так как } \beta_{об} = a_1'/a_1, \text{ то} \\ a_1 = a_1'/\beta_{об} = 176/(-10) = -17,6(\text{мм}).$$

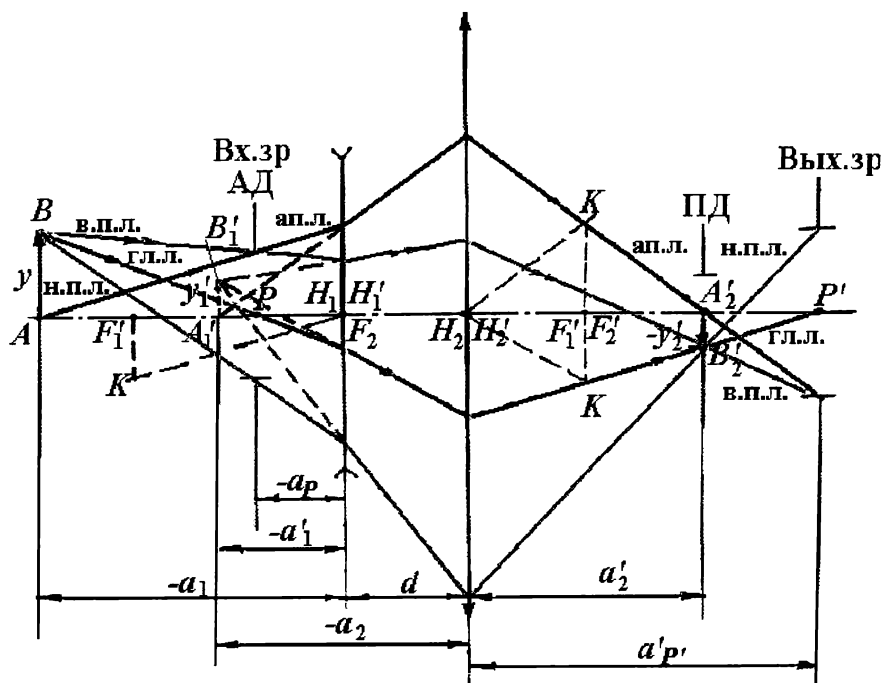


Рис. 7.61. Полевой пучок лучей в двухкомпонентной оптической системе.

Апертурная диафрагма в визирном микроскопе совпадает с оправой объектива, т. е. является входным зрачком. Его диаметр

$$D = D_{\text{АД}} = 2a_1 \cdot \operatorname{tg} \sigma_A = 2(-17,6) \cdot (-0,15) = 5,3 \text{ (мм)}.$$

Выходной зрачок — изображение апертурной диафрагмы через окуляр. Найдем положение выходного зрачка. Так как

$$a_{2p2} = -(a'_1 - f'_{\text{ок}}) = -(176 + 25) = -201, \text{ то}$$

$$a'_{2p2} = \frac{a_{2p2} \cdot f'_{\text{ок}}}{a_{2p2} + f'_{\text{ок}}} = \frac{(-201) \cdot 25}{-201 + 25} = 28,6;$$

$$z'_{p'} = a'_{2p2} - f'_{\text{ок}} = 3,6 \text{ мм}.$$

Чтобы найти его диаметр, надо вычислить увеличение в зрачках

$$\beta_p = a'_{2p2}/a_{2p2} = -(28,6/201) = -0,14 \text{ и так как } D' = D |\beta_p|, \text{ то}$$

$$D' = 5,3 \cdot 0,14 = 0,7 \text{ (мм)}.$$

Найдем диаметр полевой диафрагмы. Она располагается в плоскости действительного изображения после объектива, т. е. в передней фокальной плоскости окуляра и ее диаметр будет равен



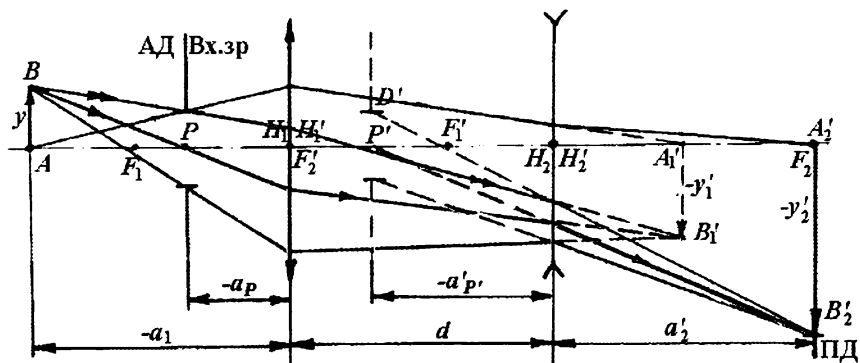


Рис. 7.62. Построение полевого пучка лучей в оптической системе.

$$D_{\text{пд}} = 2y \cdot \beta_{\text{об}} = 1 \cdot 10 = 10 \text{ (мм)}.$$

Задача 41.

Построить полевой пучок лучей в двухкомпонентной оптической системе, обозначить все диафрагмы и зрачки, графически определить их диаметры и положения. Определить положение и размер изображения, если  $f'_1 = -70$  мм,  $f'_2 = 40$  мм, расстояние между компонентами  $d = 40$  мм. На расстоянии  $a_1 = -100$  мм расположен предмет размером  $y = 20$  мм, на расстоянии  $a_p = -30$  мм — входной зрачок диаметром  $D = 30$  мм.

Графическое решение задачи представлено на рис.7.61.

Задача 42.

Построить полевой пучок лучей в двухкомпонентной оптической системе, обозначить все диафрагмы и зрачки, определить их диаметры и положения. Найти положение и размер изображения, если  $f'_1 = 60$  мм,  $f'_2 = -100$  мм, расстояние между компонентами  $d = 100$  мм. Предмет размером  $y = 12$  мм расположен на расстоянии  $a_1 = -100$  мм, входной зрачок находится на расстоянии  $a_p = -40$  мм, диаметр входного зрачка  $D = 14$  мм.

Графическое решение задачи 42 представлено на рис.7.62.

## 7.6. Задание для расчетно-графической работы

Используя законы преломления и отражения, найти углы падения, преломления и отражения на каждой грани призмы, выполненной из стекла одной из заданных марок: К8 ( $n_2 = 1,5183$ ),

БК10 ( $n_2 = 1,5713$ ), ТК14 ( $n_2 = 1,6155$ ), ТК21 ( $n_2 = 1,6600$ ), ТФ3 ( $n_2 = 1,7332$ ), ТФ5 ( $n_2 = 1,7617$ ). Провести ход луча в призме, указав на рисунке углы падения, преломления и отражения.

Построить ход луча в призме по закону преломления. Сравнить результаты расчета с результатами графического построения.

Рассчитать предельный угол падения луча на призму, при котором произойдет полное внутреннее отражение от грани призмы. Проверить, будет ли заданный луч испытывать полное внутреннее отражение на отражающих гранях призмы. Для этого необходимо сравнить углы падения на отражающие грани рассчитанного луча с предельным углом полного внутреннего отражения.

Таблица 8

№ рис.	Тип призмы и условное обозначение	Размеры призмы	Назначение и основные свойства	№ вар.	D	$\epsilon^\circ$
А	Призма — ромб БС-0°	$a = 2D$ $b = D$ $h = D$ $\alpha = 45^\circ$	Смещает осевой луч в поперечном направлении. Дает прямое изображение.	1	20	5
				2	25	10
				3	30	15
				4	35	20
				5	40	25
				6	45	-25
				7	50	-20
				8	20	-15
				9	25	-10
				10	30	-5
Б	Прямоугольная призма с двумя отражающими поверхностями БР-180°	$a = 2D$ $b = D$ $\alpha = 45^\circ$	Ось отклоняется на 180° и смещается на величину $\Delta$ .	1	20	5
				2	25	10
				3	30	15
				4	35	20
				5	40	25
				6	45	-25
				7	50	-20
				8	45	-15
				9	40	-10
				10	35	-5
В	Пентапризма БП-90°	$a = D$ $b = D$ $c = 1,082D$ $\alpha = 45^\circ$ $\beta = 112,5^\circ$	Изменяет направление луча на 90°. Угол отклонения не зависит от углов падения луча на входную грань. Дает прямое изображение.	1	20	6
				2	25	8
				3	30	10
				4	35	12
				5	40	14
				6	45	-14
				7	50	-12
				8	55	-10
				9	60	-8
				10	65	-6

**Сроки сдачи домашнего задания устанавливаются преподавателем. Решение задачи должно включать:**

текст задания, изложение решения с необходимыми комментариями. Графические построения должны быть выполнены на клетчатой бумаге или миллиметровке в достаточно крупном масштабе с применением линейки и циркуля.

Графические построения должны совпадать с результатами, полученными из расчетов.

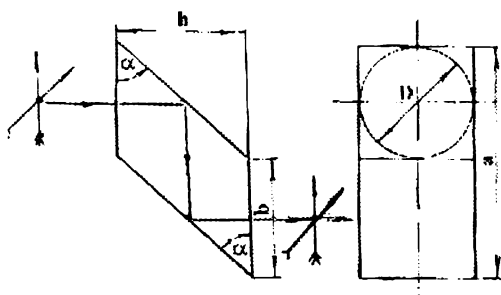


Рис. А.

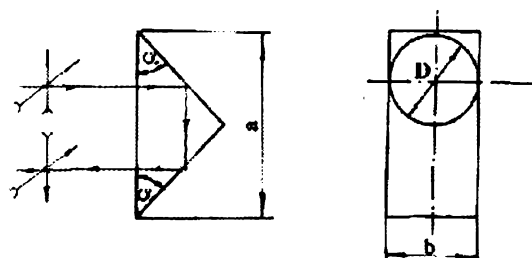


Рис. Б.

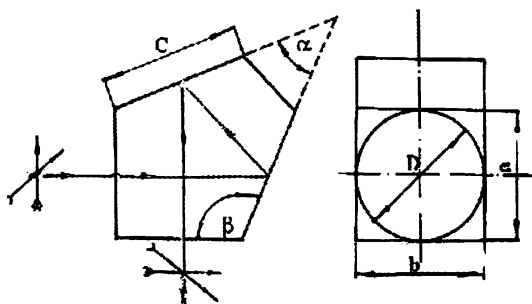


Рис. В.

## 7.7. Задачи для самостоятельного решения на построение изображения

Графически найти положение и размер изображения в оптической системе из двух тонких линз в воздухе для двух случаев: предмет  $AB$  — действительный ( $A$ ); предмет  $AB$  — мнимый ( $B$ ). Числовые значения величин  $f'_1, f'_2, d$  и  $a_1$  приведены в табл.9.

Таблица 9

№ вар.	Величина предмета $AB = y, \text{мм}$	$f'_1, \text{мм}$	$f'_2, \text{мм}$	$d, \text{мм}$	$a_1, \text{мм для случая } A$	$a_2, \text{мм для случая } B$
1	20	-70	40	40	-100	50
2	20	-60	30	30	-100	40
3	20	-50	20	50	-70	40
4	20	50	-80	80	-80	20
5	20	50	10	100	-60	40
6	15	-80	20	50	-100	40
7	15	-50	30	50	-25	100
8	15	60	-40	40	-30	20
9	15	30	-30	100	-60	30
10	15	-40	50	100	-50	20
11	10	40	-20	80	-60	20
12	10	25	-60	30	-60	20
13	10	-20	30	60	-50	20
14	10	20	-40	40	-30	60
15	10	50	25	75	-80	20
16	20	-60	25	100	-60	50
17	20	15	-40	60	-40	50
18	20	-10	30	40	-40	20
19	20	-30	50	30	-60	40
20	20	-60	15	60	-80	30
21	15	-25	30	40	-50	50
22	15	-30	50	50	-60	50
23	15	-35	20	30	-50	70
24	15	-80	60	50	-40	40

№ вар.	Величина предмета $AB = y, \text{мм}$	$f'_1, \text{мм}$	$f'_2, \text{мм}$	$d, \text{мм}$	$a_1, \text{мм для случая А}$	$a_2, \text{мм для случая Б}$
25	15	-25	15	40	-50	20
26	10	70	-30	50	-35	20
27	10	-40	40	40	-60	60
28	10	-35	20	30	-50	70
29	10	80	-40	60	-100	50
30	10	40	-60	80	-50	40
31	10	-60	30	50	-40	20
32	10	-25	50	40	-50	20
33	10	-30	20	60	-35	60
34	10	-35	60	50	-60	70
35	10	-80	30	60	-50	50
36	15	-60	15	60	-80	30
37	15	-25	30	40	-50	50
38	15	-30	50	50	-60	50
39	15	-35	20	30	-50	70
40	15	-80	60	50	-40	40
41	20	-25	15	40	-50	20
42	20	70	-30	50	-35	20
43	20	-40	40	40	-60	60
44	20	-35	20	30	-50	70
45	20	80	-40	60	-100	50

### 7.8. Задачи для домашнего задания

1. Определить размер изображения, образованного объективом на экране, если предмет имеет высоту  $y = 30 \text{ мм}$  и расположен перед объективом на расстоянии  $a = -110 \text{ мм}$ . Фокусное расстояние объектива, расположенного в воздухе, равно  $100 \text{ мм}$ . Каким должно быть расстояние от объектива до экрана?

2. Тонкий проекционный объектив образует на экране, расположенном справа от объектива на расстоянии  $1,8 \text{ м}$ , действительное изображение размером  $100 \text{ мм}$ . Вычислить фокусное расстояние объектива, если высота предмета  $20 \text{ мм}$ .

3. Определить взаимное расположение тонкой линзы с фокусным расстоянием 100 мм, предмета и экрана, на который проектируется действительное изображение предмета с пятикратным увеличением.

4. Известно расстояние между осевой предметной точкой  $A$  и ее изображением  $A'$ , находящимися друг от друга на расстоянии  $L$ , а также положение  $z'$  точки изображения от заднего фокуса. Вывести формулу для определения фокусного расстояния такой линзы.

5. Найти фокусное расстояние тонкой линзы в воздухе, если расстояние между действительным предметом и действительным изображением  $L = 240$  мм, линейное увеличение системы  $\beta = -2$ .

6. Тонкая линза в воздухе имеет  $-f = f' = 120$  мм. Определить величину изображения предмета  $AB = y = 30$  мм, если отрезок  $z'$ :

а) равен  $z' = 60$  мм; б) равен  $z' = -60$  мм. Решение задачи сопровождать рисунками.

7. Определить фокусное расстояние тонкой линзы в воздухе, если  $a' = -100$  мм, линейное увеличение  $\beta = 2$ .

8. Определить величину изображения, создаваемого тонкой линзой в воздухе, если  $AB = y = 30$  мм,  $-f = f' = 50$  мм, расстояние между предметом и изображением  $L = 300$  мм.

9. В оптической системе из двух тонких линз в воздухе, фокусные расстояния которых и расстояние между ними (в мм) приведены в табл.10, графически и аналитически (по формулам) найти положение изображения предмета  $AB = y = 15$  мм.

Таблица 10

№ вар.	$a_1$	$f'_1$	$f'_2$	$d$	№ вар.	$a_1$	$f'_1$	$f'_2$	$d$
1	-30	-60	20	50	26	40	-20	30	40
2	-40	-60	20	60	27	40	-30	50	30
3	-50	-50	25	50	28	-30	20	-40	40
4	-20	-60	25	60	29	40	-80	40	40
5	-60	-60	30	50	30	30	-60	30	30
6	-20	-40	20	50	31	-50	40	-30	50
7	-30	-40	30	50	32	-25	50	-20	30
8	-20	-50	20	40	33	-30	40	-20	60
9	-25	-50	30	50	34	-35	70	-30	50

№ вар.	$a_1$	$f'_1$	$f'_2$	$d$	№ вар.	$a_1$	$f'_1$	$f'_2$	$d$
10	-50	-20	30	60	35	-60	-20	30	45
11	20	-60	15	60	36	-40	-10	30	40
12	30	-50	50	50	37	-30	-15	25	40
13	40	-80	60	50	38	-15	-10	20	30
14	50	-25	30	40	39	30	-10	25	60
15	40	-20	30	50	40	-30	10	-50	65
16	60	-20	15	60	41	-70	50	25	75
17	50	-30	50	50	42	50	-60	25	100
18	80	-30	20	40	43	60	-30	20	40
19	60	-40	40	40	44	-50	25	-60	30
20	70	-35	30	50	45	-40	15	-40	60
21	-30	60	-40	40	46	40	-15	20	40
22	-20	40	-20	40	47	70	-20	30	50
23	-40	20	15	80	48	70	-35	20	30
24	-50	25	-20	80	49	60	-15	15	40
25	-30	-20	40	60	50	20	-25	15	40

## **8. ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ ПО ДИСЦИПЛИНЕ "ОСНОВЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКИ" ДЛЯ СТУДЕНТОВ I КУРСА**

1. Перечислите и сформулируйте основные законы геометрической оптики.
2. Запишите закон преломления.
3. Запишите закон отражения.
4. Дайте определение и запишите формулу для абсолютного показателя преломления среды.
5. Оптическая длина пути. Сформулируйте принцип Ферма.
6. Перечислите основные характеристики (оптические постоянные) оптического бесцветного стекла.
7. Что понимают под пространством предметов и пространством изображений оптической системы?
8. Что называют оптической осью оптической системы? Какую ось в геодезических приборах называют визирной?
9. Дайте определение геометрического луча.
10. Сопряженные точки (плоскости, отрезки) в оптической системе.
11. Обозначение сопряженных точек, отрезков.
12. Направление распространения света, принятое в геометрической оптике.
13. Задний фокус, передний фокус линзы (оптической системы). Определение, обозначение.
14. Передняя и задняя главные плоскости.
15. Передняя и задняя главные точки; фокусные расстояния: определение, обозначение. Нарисовать линзу, показать на рисунке заднее и переднее фокусные расстояния, передний и задний фокальные отрезки.
16. Радиус кривизны сферической поверхности: определение, обозначение. Показать на рисунке.
17. Стрелка прогиба сферической поверхности. Показать на рисунке.
18. Правило знаков для отрезков в геометрической оптике. Показать отрезки на рисунке.
19. Правило знаков для углов в геометрической оптике. Показать на рисунке углы падения и преломления.
20. Оптическая сила линзы. Записать формулу.



21. На рисунке показать передний и задний отрезки, определяющие положение предмета и изображения относительно вершин поверхностей линзы.

22. Идеальная оптическая система: определение, основные положения.

23. Формулы для сопряженных точек на оси идеальной оптической системы: формулы Гаусса (для системы в воздухе) и Ньютона.

24. Линейное увеличение оптической системы.

25. Угловое увеличение. Узловые точки.

26. Видимое увеличение оптической системы.

27. Перечислите кардинальные точки оптической системы.

28. Как связаны между собой переднее и заднее фокусные расстояния для системы в воздухе?

29. Какой расчет надо сделать, чтобы определить фокусное расстояние системы?

30. Апертурная диафрагма. Назначение. Установка диафрагмы в оптических системах.

31. Входной зрачок оптической системы : определение, обозначение диаметра входного зрачка.

32. Выходной зрачок оптической системы: определение, обозначение диаметра выходного зрачка.

33. Апертурный луч (определение).

34. Апертурный угол в пространстве предметов (определение, обозначение).

35. Числовая апертура в пространстве предметов: обозначение, определение.

36. Относительное отверстие оптической системы.

37. Геометрическая светосила оптической системы.

38. Главный луч. Полевой пучок лучей.

39. Что такое "поле системы" в пространстве предметов?

40. Полевая диафрагма: определение, ее положение в оптической системе.

41. Линейное поле оптической системы в пространстве предметов.

39. Угловое поле оптической системы в пространстве предметов.

42. Линза. Виды линз.

43. Положительная линза: нарисовать линзу, показать переднее и заднее фокусные расстояния, передний и задний фокальные отрезки.

44. Отрицательная линза: нарисовать линзу, показать переднее и заднее фокусные расстояния, передний и задний фокальные отрезки.
45. Как по внешнему виду отличить положительную линзу от отрицательной?
46. Нарисуйте положительную и отрицательную линзы.
47. Отражательные призмы: определение, назначение, обозначения. Привести рисунки призм.
48. Плоскопараллельная пластина.
49. Телескопические системы: определение, назначение.
50. Зрительная труба Кеплера. Ограничение пучков лучей.
51. Оптическая система микроскопа: определение, назначение.
52. Ограничение пучков лучей в отсчетном микроскопе.
53. Ограничение пучков лучей в визирном микроскопе.
54. Телеобъектив. Зрительная труба с внутренней фокусировкой.
55. Фотографический объектив. Ограничение пучков лучей.
56. Ограничение пучков лучей в лупе.
57. Коллиматор. Оптическая схема. Ограничение пучков лучей.
58. Что такое аберрация?
59. Классификация аберраций.
60. Перечислите хроматические аберрации оптической системы.
61. Перечислите монохроматические аберрации оптической системы.
62. Причина возникновения хроматических аберраций.
63. Показать на рисунке хроматическую аберрацию положения. Записать формулу, по которой ее следует вычислять.
64. Показать на рисунке сферическую аберрацию. Записать формулу, по которой ее следует вычислять. Как изобразится точка на оси при наличии сферической аберрации?
65. Астигматизм и кривизна поля изображения. Объясните суть аберрации и ее влияние на качество изображения точки.
65. Показать на рисунке лучи, которые необходимо рассчитать, чтобы в оптической системе вычислить меридиональную кому. Записать формулу, по которой следует вычислять меридиональную кому.
66. Дисторсия. Ортоскопичность.
67. Погрешности измерений и их свойства.
68. Свойства случайных погрешностей измерений.
69. Прямые и косвенные измерения.
70. Обработка результатов измерений, обусловленных только случайными погрешностями.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Апенко М. И.* Прикладная оптика / М. И. Апенко, А. С. Дубовик. — М.: Наука, 1982. — 351 с.
2. *Апенко М. И.* Задачник по прикладной оптике / М. И. Апенко, Л. А. Запрягаева, И. С. Свешникова. — М.: Высшая школа, 2003. — 597 с.
3. *Гвоздева Н. П.* Прикладная оптика и оптические измерения / Н. П. Гвоздева, К. И. Коркина. — М.: Машиностроение, 1976. — 382 с.